

I/8-4-2

MEMORIAS

DE LA

COMISION DEL MAPA GEOLÓGICO DE ESPAÑA

MEMORIAS  
DE LA  
COMISIÓN DEL MAPA GEOLÓGICO  
DE  
ESPAÑA

---



TRABAJOS GEODÉSICOS Y TOPOGRÁFICOS

PRACTICADOS POR LA COMISIÓN DE ESTUDIO DE LAS CUENCA CARBONIFERAS DE  
ASTURIAS

MADRID

IMPRENTA Y FUNDICIÓN DE MANUEL TELLO  
Isabel la Católica, 23  
1874

ACCION: 6242

*La Comision del Mapa geológico de España, hace presente que los hechos y opiniones consignados en sus MEMORIAS y BOLETIN, son de la exclusiva responsabilidad de los autores de los trabajos.*

**Artículo 1.<sup>o</sup>** Los estudios y trabajos para la formacion del Mapa geológico de España, se llevarán á cabo por todos los Ingenieros del Cuerpo de Minas simultáneamente.

**Artículo 2.<sup>o</sup>** Queda encomendada á la Junta superior facultativa de Minería la alta inspección de los trabajos del Mapa geológico, para lo cual se creará en ella una Sección especial.

**Artículo 4.<sup>o</sup>** Existirá una Comision compuesta de Ingenieros de Minas, exclusivamente dedicada á la formacion del Mapa geológico de España, ya reuniendo, ya ordenando y rectificando los trabajos que fuera de ella se hagan y los datos que se la remitan, ya practicando los estudios que le compete ejecutar por sí misma.

**Artículo 5.<sup>o</sup>** Formarán parte de la Comision los Profesores de las asignaturas de Geología y Paleontología, Mineralogía y Química analítica y Docimasia de la Escuela especial de Minas.

*(Decreto del Gobierno de la República de 28 de Marzo de 1873.)*

PERSONAL  
DE LA SECCION INSPECTORA Y DE LA COMISION  
DEL MAPA GEOLÓGICO DE ESPAÑA.

SECCION INSPECTORA.

Ilmo. Sr. D. Felipe Naranjo y Garza. (*Presidente.*)

Sr. D. Lúcas de Aldana.

Eusebio Sanchez.

Andrés Perez Moreno.

Eugenio Fernandez.

Antonio Hernandez.

Diego Lopez de Quintana.

Ilmo. Sr. D. Manuel Abeleira. (*Secretario.*)

COMISION DEL MAPA GEOLÓGICO.

Excmo. Sr. D. Manuel Fernandez de Castro. (*Director.*)

Sr. D. Felipe Martin Donayre.

Federico de Botella.

Luis Natalio Monreal.

Emilio Moreno. (*Secretario.*)

Daniel de Cortázar.

Lúcas Mallada.

PROFESORES DE LA ESCUELA ESPECIAL DE MINAS,

AGREGADOS Á LA COMISION.

Sr. D. Justo Egozcue y Cia.

José Gimenez.

Ramon Pellico.

La publicacion de estas MEMORIAS está autorizada por orden de la Direccion general de Obras públicas, Agricultura, Industria y Comercio, fecha 30 de Junio de 1873, por la que se dispuso entre otras cosas:

1.º Que el Director de la Comision del Mapa geológico de España, pueda publicar las memorias, mapas, descripciones y noticias geológicas que juzgue oportuno en cuadernos periódicos, en análoga forma á la de los Boletines y Memorias de las Sociedades geológicas de Lóndres y de Francia.

2.º Que la Comision establezca la venta y suscricion de sus producciones, á fin de que los recursos que así se obtengan se inviertan en los gastos de la publicacion.

3.º Que la Direccion general proponga oportunamente la suscripcion oficial á un cierto número de ejemplares, como medio de auxiliar trabajos tan importantes.

Hace ya muchos años es notoria la importancia que ofrece el terreno carbonífero de Asturias, cuya parte rica en combustible mineral abraza una superficie de poco más de 500 kilómetros cuadrados, comprendida en los concejos de Riosa, Mieres, Tudela, Langreo, parte de Siero y Nava, toda la extensión de Bimenes y Rey Aurelio, gran parte de Laviana, el Noroeste de Aller, el Norte de Lena y una sección de Quirós.

En el año de 1834 se dió principio á labores mineras de importancia en el pequeño manchón carbonífero de Arnao, cerca de Avilés; emprendiéronse pocos años más tarde en el valle de Langreo á las inmediaciones de Sama, y fueron extendiéndose sucesivamente por dicho valle, el de Mieres y otros, hasta el punto de hallarse ya concedido en pertenencias mineras casi todo el terreno carbonífero rico que se conoce. A medida que fué creciendo la producción de carbones, fué poniéndose en evidencia la necesidad de vías de comunicación para su transporte, y tal confianza había en el porvenir de dicha industria, que para la misma se construyeron por empresas particulares, de 1838 á 1840, la carretera de Sama á Gijón, y en 1847 y 1848, el ferro-carril de unos 39 kilómetros de longitud que enlaza los dos puntos citados. Bastante contribuyó este ferro-carril al desarrollo de las ex-

plotaciones mineras de la cuenca del río Nalon, aún cuando sólo penetra un corto número de kilómetros en el terreno carbonífero; mas no prestó ni podía prestar utilidad alguna á una gran parte de las minas que se hallan fuera de dicha cuenca y necesitan otra línea que, siguiendo próxima al río Caudal, enlace las provincias de Asturias y León, y de la que debe ser indispensable complemento un puerto artificial en el Mussel de Gijón, cuya necesidad es evidente para el desarrollo de la industria carbonera.

Numerosos trabajos de Ingenieros nacionales y extranjeros se han hecho acerca del terreno carbonífero de Asturias, y entre todos ellos ocupa el primer lugar y merece especial recuerdo la notable «Descripción geológica de Asturias» del Inspector general del Cuerpo de Ingenieros de Minas Ilmo. Sr. D. Guillermo Schulz, publicada de Real orden en el año 1858. Abraza dicha descripción el extenso cuadro de las diferentes formaciones geológicas de la provincia, y aunque muy nutrida de datos interesantes que revelan un estudio concienzudo del asunto, es por desgracia más concisa de lo que fuera de desear. En ella ocupa una parte principal el estudio del terreno carbonífero; pero dadas las dimensiones de la obra, no era posible presentarse de una manera especial y detallada el de las capas de combustible mineral, que son uno de los principales elementos de riqueza de la provincia. Basta, sin embargo, dicho trabajo, para formar idea de lo profundamente trastornado que se halla el terreno carbonífero de Asturias, y de los numerosos levantamientos y pliegues que presentan las capas de combustible mineral, y que tan difícil hacen la apreciación del verdadero valor industrial del citado terreno.

Al cabo ya de cerca de treinta años que venían explotándose carbones en la provincia y de seguir la producción en

constante, si bien lento progreso, natural era pensar en el estudio especial y minucioso del terreno en que aquellos se encuentran. Sentíase cada vez más la necesidad de conocer el número de capas de carbon, su espesor, sus condiciones de yacimiento, dificultades que ofrecía su ordenado laboreo, cantidad de carbon utilizable, medios de facilitar su aprovechamiento, con otra porción de noticias que interesa conocer á la Administración pública y á los industriales.

Para conseguir estos datos, se nombró por Real orden de 30 de Setiembre de 1863, una comisión de Ingenieros de Minas, compuesta del Sr. D. Federico de Botella, Jefe; Don Antonio Luis Anciola y D. Luis Natalio Monreal, Ingenieros primeros; D. Eduardo Riu, Ingeniero segundo, y de los Auxiliares D. Laureano Gallego, D. José Joaquín Sardá, D. Manuel Eugenio Godoy, D. Isidro Manuel Pato, D. Valentín Mariano de Corpa y D. Leon Gil.

En 23 de Marzo de 1865 sustituyó á D. Federico de Botella el Ingeniero jefe, Sr. D. Matías Menéndez de Luarca; después reemplazaron al Ingeniero D. Antonio Luis Anciola, el Ingeniero D. Miguel Valladolid, y á los Auxiliares Sardá y Corpa los de igual clase D. Natalio Carmona y Don Marcelino González Pola. Por último, en 28 de Abril de 1866, por fallecimiento del Sr. Menéndez de Luarca, le sustituyó el Ingeniero jefe, Sr. D. Eduardo Cifuentes.

Á la citada Comisión se dieron las instrucciones necesarias para llevar á cabo su cometido, que abrazaba un extenso cuadro de interesantes estudios. Instalada en el verano de 1864, emprendió en seguida los trabajos, que se continuaron en los años inmediatos, segun lo permitían los recursos, no siempre suficientes ni con oportunidad facilitados. Su primera tarea fué una triangulación geodésica especial, que abraza unos 3.500 kilómetros cuadrados, dentro de los cuales

queda comprendido casi todo el terreno carbonífero que ofrece interés para la industria. De las triangulaciones de primero y segundo orden, dió cuenta detallada el Ingeniero Jefe, Sr. D. Eduardo Cifuentes, en una Memoria remitida con fecha 1.<sup>o</sup> de Noviembre de 1870 á la Comision del Mapa geológico de España.

Se han hecho ademas la triangulacion de tercer orden y los detalles topográficos de una parte muy considerable del terreno que comprende el gran manchón carbonífero rico del centro de la provincia, y se hallan representados en doce grandes planos que se remitieron tambien en la indicada fecha, y que son los correspondientes á los valles Candín, Vioso y Meriñán, Sama y Samuño, San Juan, Miñera, Mieres, Olloniego, Loredo, Ablaña, Valdecuna, Ujo, Villallana y Soto Rey, y las comarcas de Vallines, Mata de la Vega, Jalón de Nava, Pola de Siero, Grandota, San Justo, La Parte y Berrón. Desde el año de 1870 quedaron suspendidos los trabajos por falta de fondos, hasta que la Comision del Mapa geológico de España dispuso que durante los meses de Julio y Agosto de 1872 los continuasen, como así lo verificaron, el Ingeniero jefe de primera clase, Ilmo. Sr. D. Manuel Abeleira, el Ingeniero primero D. Emilio Moreno y los Auxiliares facultativos D. Natalio Carmona y D. Marcelino González Pola, dando por resultado la triangulacion de tercer orden y detalles topográficos del Valle de Turón. Ademas se ocupó el referido personal en trasladar los indicados planos topográficos, que se hallan en escala de  $\frac{1}{10.000}$ , al plano de la triangulacion de primero y segundo orden, que está en la de  $\frac{1}{30.000}$ , y así se vió en el mapa resultante, que aún faltaba por detallar un tercio próximamente del terreno carbonífero rico.

Al constituirse en Abril de 1873 la actual Comision eje-

cutiva del Mapa geológico, hubiera deseado continuarlos; pero careciendo de los recursos pecuniarios indispensables para ello, ha creido que por lo menos sería útil y conveniente la publicacion de la parte que ya está concluida, pues á la vez que sirve de base á ulteriores trabajos geológicos, puede tambien prestar eficaz auxilio á los que se dedican á la industria minera en el terreno carbonífero de Asturias.

Por esta razon da ahora á luz la Memoria que comprende la triangulacion de primero y segundo orden, á la que acompaña un Apéndice acerca de la de tercero y detalles topográficos, y dos planos, de los que el primero representa la triangulacion de primero y segundo orden, en escala de  $\frac{1}{125.000}$ , á fin de hacerlo más manuable que el original que se conserva en la Comision, y el segundo, en escala de  $\frac{1}{50.000}$ , las triangulaciones de los tres órdenes en el manchón carbonífero rico y sus detalles topográficos.

# TRABAJOS GEODÉSICOS Y TOPOGRÁFICOS

PRACTICADOS POR LA COMISIÓN DE ESTUDIO DE LAS CUENCA CARBONIFERAS DE

## ASTURIAS.

### I.

#### Consideraciones preliminares.

El estudio geológico é industrial encomendado á esta Comision de cuencas carboniferas de Asturias, Leon y Palencia, por Real órden de 50 de Setiembre de 1865, debia tener por base la formacion de un plano muy exacto y minucioso que abrazase todos los terrenos cuya importancia fuese notoria por su reconocida ó probable riqueza minera, ofreciendo campo, más ó menos vasto, para explotaciones regulares. Así lo reconoció necesario la Direccion general de Agricultura, Industria y Comercio, ordenando en sus instrucciones, que se procediese ante todo, y como trabajo preliminar, á proyectar y resolver una red de triángulos que, comprendiendo toda la extension de los indicados terrenos, se apoyase en los lados de triangulacion de primer órden que la Comision de Estadística estaba á la sazon calculando.

La provincia de Asturias ya ofrecia en aquella época explotaciones de carbon de piedra y mineral de hierro bastante considerables, y contaba, ademas, con importantes establecimientos industriales que consumian grandes cantidades de combustible. Por esta razon, fué la que en primer término fijó las miradas de esta Comision, y en ella principiaron á organizarse los trabajos geodésicos.

Á la verdad ya existia, de esta provincia de Asturias, un excelente mapa topográfico formado por D. Guillermo Schulz, acaso el mejor que, en aquella época, poseyera ninguna de las de España;

pero si bien este mapa es un trabajo admirable que honra extraordinariamente al distinguido Ingeniero y decano del Cuerpo de minas que lo ejecutó, y que ha servido para presentar el cuadro general de terrenos y formaciones geológicas, determinar los límites que ocupan y su orden según su edad relativa; describir en su conjunto la provincia, y para arreglo y rectificación de concejos, no cumplía en todas sus partes lo que esta Comisión se proponía, y á cuyo fin quizás hubieran bastado definitivamente los mismos datos que sirvieron en su dibujo.

Estudiar y apreciar los variados accidentes que han trastornado un terreno; resolver la cuestión, algunas veces aquí debatida, de si son muchas las capas de carbon, ó pocas, rotas y sobreuestas; proporcionar datos rigorosamente exactos acerca de la continuación ó interrupción de los estratos á largas distancias, y otra porción de cuestiones importantísimas que pueden surgir en el estudio industrial de un terreno, se resuelven en la mayoría de los casos por consideraciones geométricas delicadas, para las cuales es preciso tomar muchos y muy exactos datos sobre el terreno.

Hé aquí, aparte de la orden terminante de la Superioridad, una de las principales razones que decidieron á formar el plano de esta cuenca.

Dar cuenta de la marcha de las operaciones ejecutadas hasta ahora, de las dificultades vencidas y éxito obtenido, es el objeto de la presente Memoria.

## II.

### Medición de una base.

Todavía las brigadas de la Comisión de Estadística no habían observado todos los ángulos de la cadena de triángulos de primer orden que termina en las costas de Asturias, y era, por tanto, imposible tomar por base ninguno de sus grandes lados, á menos de dejar en suspenso el cálculo de toda nuestra triangulación, hasta que se conociera su valor numérico.

Conocida la escrupulosa minuciosidad de las observaciones de primer orden de la carta de España, y la penosa lentitud de su magnífico sistema de cálculos y comprobaciones, fué indispensable, para obtener desde luego un resultado, principiar nuestras operaciones midiendo una base, y desde ella formar una triangulación, enlazándola con esos grandes lados que hemos calculado directamente como formando parte de nuestra cadena. De esta manera se conseguía, además, para cuando la Comisión de Estadística hubiese calculado definitivamente los triángulos de Asturias, poder comprobar rigurosamente nuestros trabajos, teniendo en cuenta los errores de que son capaces los instrumentos empleados y el sistema de operaciones adoptado.

Difícil cosa era encontrar en Asturias sitio á propósito para medir una base, siquiera fuese corta. País donde la naturaleza ha tenido, al parecer, singular complacencia en multiplicar por todas partes caprichosos sistemas de montañas, no presenta llanura alguna importante; y las carreteras, abiertas casi siempre á media ladera, y pasando continuamente de divisoria en divisoria, se desarrollan siguiendo las ondulaciones de las colinas, ofreciendo, además, de continuo, fuertes pendientes.

Era esta una dificultad más que se agregaba á las muchas de índole diversa que acompañan siempre á esta clase de operaciones, sin disputa, una de las más delicadas de la geodesia; como que de la mayor ó menor exactitud alcanzada en ella, depende en gran manera la precisión de los resultados y el grado de confianza que se les puede conceder, habiendo demostrado el cálculo, que los errores de la base son los de mayor trascendencia entre los que, por cualquier concepto, se pueden cometer.

Al fin, después de un detenido examen de varias localidades, se eligieron en el ferro-carril de Langreo á Gijón, y en la carretera de Oviedo á Prado, dos trozos de algo más de un kilómetro de longitud para medir en cada uno de ellos una base. Uno sirvió para salida y otro para comprobación. La primera se midió á un kilómetro, próximamente, de la estación de Noreña, en un trozo recto y de escasi-

sima pendiente. Los extremos fueron dos pequeñas columnas de hierro fundido que se fijaron en el terraplén de la vía, de la manera siguiente.

En primer lugar, y con objeto de ofrecer un sólido cimiento, se practicaron en los puntos convenientes dos excavaciones de 1<sup>m</sup>,50 de profundidad, que se macizaron con mampostería. En seguida se labraron, en forma prismática cuadrada, dos sillares de arenisca de 0<sup>m</sup>,80 de lado y 0<sup>m</sup>,50 de espesor; en ellos se hicieron huecos para que encajaran las bases de las columnas, y además cuatro taladros destinados a recibir pasadores de hierro, que las sujetaban a los sillares por medio de fuertes tuercas atornilladas.

Formando ya sillares y columnas un solo cuerpo, se colocaron encima de sus respectivos cimientos, procurando que sus ejes estuvieran en posición vertical, rellenándose en seguida todos los huecos con mortero.

Las figuras 1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> y 3.<sup>a</sup> explicarán claramente lo que acabamos de decir.

En el centro de la base superior de las columnas se practicó un pequeño agujero cilíndrico, al cual se ajustó un clavo perpendicularmente a su base. Este clavo, al paso que fijaba el extremo, servía también para centrar exactamente el teodolito.

El aparato de reglas usado, es de construcción sumamente tosca y del antiguo sistema de lengüetas. Se compone de dos reglas prismáticas de madera perfectamente embebida de aceite, y recubierta con un barniz. Una de las cabezas está terminada por una contera de latón, que presenta un semi-cilindro en posición horizontal; la otra cabeza lleva también una pieza de latón, en cuyo medio puede correr, entre dos ranuras, una lengüeta de 0<sup>m</sup>,25 de longitud, dividida en milímetros y terminada por un semi-cilindro vertical. En el extremo de esta cabeza está marcado un nonio que aprecia diezmilímetros. (Fig. 4.<sup>a</sup>).

Los contactos se verifican entre los dos cilindros, de tal manera, que una generatriz del vertical toca a otra generatriz del horizontal, consiguiéndose el contacto en un solo punto.

Cada regla lleva hacia su parte media un nivel de aire, con objeto de ponerla horizontal en el acto de la medición, y además, para conseguir su buena alineación, tiene unas pinillas en cada uno de sus extremos, cuya posición se rectifica, cuando es necesario, por medio de tornillos.

Cada regla está sostenida por dos trípodes. Estos tienen, en vez de plataforma, un fuerte cilindro de madera taladrado en su centro. Por el taladro pasa una espiga prismática cuadrada provista de una cremallera, sobre la cual actúa un piñón que se hace mover por medio de una manivela: de esta manera la espiga puede subir ó bajar en sentido vertical, y un tornillo de presión la sujeta en la posición conveniente. La espiga termina en su parte superior por un collar, del cual, uno de los lados, gira a charnela y se fija a voluntad por medio de un pasador; en este collar descansa la regla, y a él se sujeta fuertemente por medio de un tornillo de presión que lleva el lado móvil.

La marcha de la operación se comprende desde luego. Se colocan los trípodes a una conveniente distancia, y siguiendo próximamente la alineación, con las charnelas de los collares abiertas; se sitúan las reglas encima de los collares, dejando entre ellas una pequeña separación; se cierran las charnelas, se nivelan próximamente por medio de las manivelas y el nivel; se alinean por medio de las pinillas; se aprietan los tornillos de presión de los collares; se rectifica la alineación y se establece el contacto, haciendo correr las lengüetas por medio de los tornillos correspondientes. Ya no queda más que leer la indicación de las lengüetas en el nonio y llevar el registro de operaciones, contando con que cada regla cerrada tiene tres metros de longitud.

No trataremos aquí de discutir las varias causas de error que en general acompañan a todo aparato de contactos y lengüetas, y las razones que hacen preferibles en la práctica, como más exactos, los de una sola regla, empleando microscopios con retículos. Esta discusión supondría que nuestro aparato estaba, con arreglo a su sistema, perfectamente construido, lo cual ya hemos indicado no ser cierto.

Construido, al parecer, en una maestranza de Ingenieros militares, con objeto de que sirviera para operaciones poco extensas y de escasa importancia, no se tomaron las precauciones necesarias para una buena medición y división de las lengüetas de metal, ni tampoco se tuvo en cuenta la temperatura para establecer en su día un cálculo de dilataciones.

Estudiando detenidamente todas sus imperfecciones, se hizo uso de él, contando con todas aquellas causas de error que fueran apreciables.

Una de las mayores dificultades que ofrecía, era su alineación exacta y rigorosa, pues bien se comprende se corría grave riesgo de medir una línea quebrada en lugar de una recta.

Una ligera deformación de las caras de las reglas hacia de muy difícil uso las pinzas que lleva en sus extremos, las cuales salían de su posición vertical inclinándose á derecha ó á izquierda. Se rectificó este defecto en lo posible, levantando en el lado conveniente los tornillos que sujetaban las chapas de las pinzas, procurando además observar, como punto de mira, los extremos inferiores de los hilos donde es mínima la desviación.

Por otro lado, las pinzas giran á charnela, doblándose encima de las reglas con el objeto de preservarlas de choques, y para que, al hacer la alineación, pueda visarse á una después de otra. Estos giros, sin embargo, ofrecen el gran inconveniente de hacer correr de uno y otro lado los tornillos de rectificación, resultando estar las pinzas fuera del eje de las reglas después de doblarlas y desdoblárlas algunas veces. Este inconveniente se obvió, manteniéndolas constantemente abiertas durante el trabajo de un día, después de rectificarlas de la mejor manera posible.

La división de las lengüetas está mal ejecutada, observándose á simple vista divisiones mucho mayores que otras, y variando constantemente de centímetro en centímetro. Hasta entre los dos nonios se observa una diferencia apreciable.

Para desvanecer esta causa de error, que también se tuvo en cuenta más tarde, ha sido preciso establecer una comparación entre

estas divisiones y las de un metro tipo de Froment, de cuya comparación, así como de la de las dos reglas, se dará cuenta en su lugar correspondiente.

El uso necesario y frecuente de las plomadas, en esta clase de aparatos, para subir ó bajar las reglas, á causa de la pendiente del terreno, y para principiar ó concluir las operaciones en cada una de las jornadas, es también origen de graves errores que pueden influir muchísimo en la medida. Por esto se tuvo buen cuidado de arreglar una plomada, de manera que el eje del hilo pasara exactamente por el vértice del peso, y además se calculó el grueso del hilo para introducirlo en la medición tantas veces como se hubiera hecho uso de la plomada.

El nivel, que forma parte de cada una de las reglas, está incrustado en la madera; no puede rectificarse, y carece además de divisiones que indiquen un ángulo de inclinación.

Colocadas las reglas en un soporte perfectamente horizontal en dos posiciones invertidas, se tuvo en cuenta la situación de la burbuja, la cual, por lo demás, se mantuvo inalterable durante todo el tiempo de las operaciones.

Parece inútil indicar otra porción de defectos de que adolecía el aparato, cuya importancia era materialmente inapreciable, por lo que pasaremos á ocuparnos de las operaciones practicadas, cuyo resultado, á la verdad, ha sido bastante lisonjero y satisfactorio.

### III.

Centrado exactamente un teodolito bien rectificado, en el pilar del extremo S. de la base, para lo cual se hizo de manera que los pies de los tornillos se apoyaran en una circunferencia cuyo centro fuera el eje del clavo, se dió principio á la medida, sirviendo para

la buena alineacion el reticulo del antejo. La posicion de este se fijó visando al clavo del pilar del extremo N.

Si con el constante movimiento del antejo al rededor de su limbo vertical no se hubiera alterado la posicion del teodolito, este hubiera sido el más exacto medio de fijar la alineacion de las pinulas; pero la experiencia demostró que, por mucho cuidado que se tuviera al verificar aquellos movimientos, no se lograba su perfecta estabilidad; y como el aparato de reglas interceptaba la visual al clavo, no había medio de comprobar la alineacion en cada reglada.

Para obviar este inconveniente, se dispuso en la misma linea una larga plomada, provista de un peso de 16 kilogramos, rozando ligeramente el suelo con objeto de evitar las oscilaciones, y sostenida por caballetes. El hilo de esta plomada, sobresaliendo mucho de la altura de las reglas, servia en todos momentos para comprobar la alineacion que, de esta manera, tenia condiciones de exactitud rigorosa; pero á este sistema iba unido un gravísimo inconveniente.

La alineacion de la plomada se obtenia por largos y penosos tanteos, y el frecuente paso de los trenes por la vía, originando en el terreno fuertes vibraciones y sacudimientos perceptibles á simple vista, desalojaba los caballetes de su posicion en la linea, y hacia invertir la mayor parte del tiempo en la rectificacion de la plomada. Se desechó, por lo tanto, este medio, y se adoptó el de colocar en la linea largos jalones de comprobacion: éstos se clavaban fuertemente en el suelo, y se alineaban con mucho cuidado, principiando por el más lejano; y con la ayuda de la cerda vertical del reticulo, se colocaban perfectamente verticales.

El paso de los trenes alteraba solamente su verticalidad, y este inconveniente se rectificaba en un momento, pudiendo seguir la medicion sin mayores interrupciones.

Adoptado definitivamente este sistema, se dió principio á las operaciones por el extremo S. E., numerando las reglas á fin de tener en su dia cuenta de los errores de las lengüetas, que, como ya hemos dicho, ni tenian igual division, ni tampoco idéntica longitud.

Se principió estableciendo el contacto con el clavo de salida tangencialmente á una de sus generatrices, debiendo más tarde calcularse su radio para arreglarlo á la medida. En seguida, despues de alineada la primera regla, se colocaba la segunda en la dirección marcada, estableciéndose el contacto y llevando el siguiente registro de operaciones:

*Medida de la base de Agüeria.*

| Día<br>y<br>hora. | Número<br>de<br>reglas. | Fracciones<br>de<br>lengüetas. | Total<br>medido. | TEMPERATURA      |            | OBSERVACIONES.   |
|-------------------|-------------------------|--------------------------------|------------------|------------------|------------|--|
|                   |                         |                                |                  | al<br>principio. | al<br>fin. |  |
| 1.º               | 1                       | 1.668,2                        | 1.668,2          |                  |            | La primera regla se hizo coincidir sin lengüeta con la generatriz de la superficie de un clavo grande colocado en el centro de la columna S. de la base. |
|                   | 2                       | 1.850,4                        | 3.518,6          |                  |            |  |
|                   | 3                       | 1.884,2                        | 5.402,8          |                  |            |  |
|                   | 4                       | 1.799,0                        | 7.201,8          |                  |            |  |
|                   | 5                       | 954,5                          | 8.156,3          |                  |            |  |
|                   | etc.                    | etc.                           | etc.             |                  |            |  |

Á la verdad, aunque en este registro hay una casilla destinada á observaciones de temperatura, no ha podido establecerse cálculo alguno de corrección, porque no eran conocidas las condiciones bajo las cuales estaba hecha la division, y ademas se carecía de una medida tipo con la cual pudieran compararse las reglas y las lengüetas: sin embargo, se trató de hallar relaciones que pudieran, en su dia, conducirnos á este resultado, y las citaremos luego por más que las hayamos considerado infructuosas.

Por de pronto hemos admitido que la madera de las reglas, tal como está preparada, no es susceptible de alteraciones apreciables de longitud por cambios no muy grandes de temperatura. Esta idea, sostenida por muchos geómetras, ha sido satisfactoriamente comprobada por hábiles experimentadores, y está hoy generalmente admitida como hecho incontrovertible. Por lo demás, nos parecen en este punto decisivas las minuciosas experiencias de De Zach, que habiendo adaptado á un péndulo astronómico un vástago de

pino impregnado de aceite y recubierto con un barniz, y comparándole con otro péndulo compensador de la más delicada construcción, ha visto después de observarlos durante mucho tiempo, que ambos marchaban con la misma regularidad.

Las lengüetas y piezas de latón, están naturalmente sujetas a dilataciones apreciables, cuyo coeficiente es conocido, y los errores que de esto pudieran originarse, son acaso de alguna importancia. Se intentó, pues, hallar la corrección que por este concepto debiera introducirse, y siéndonos desconocidas las condiciones con que fueron divididas las lengüetas, se trató de hallar relaciones de magnitud midiendo una misma distancia a varias temperaturas. Para esto, en la misma base, y entre dos puntos invariables, se midió la línea comprendida trabajando en el mes de Agosto y a una temperatura media de  $23^{\circ},50$ . El resultado de dos mediciones fue el siguiente:

|                              |                 |
|------------------------------|-----------------|
|                              | <sup>m</sup>    |
| Caminando de S. a N. . . . . | 268,37500       |
| Caminando de N. a S. . . . . | 268,37130       |
|                              | <hr/>           |
|                              | 536,74630       |
| Promedio. . . . .            | <hr/> 268,37315 |

La misma distancia, medida de igual manera a principios de Noviembre con una temperatura media de  $14^{\circ}$  centígrados, dió el resultado siguiente:

|                              |                 |
|------------------------------|-----------------|
|                              | <sup>m</sup>    |
| Caminando de S. a N. . . . . | 268,36950       |
| Caminando de N. a S. . . . . | 268,36900       |
|                              | <hr/>           |
|                              | 536,73850       |
| Promedio. . . . .            | <hr/> 268,36925 |

Por más que este resultado envuelva a primera vista una contradicción notoria, pues que, en realidad, debió darnos una longitud mayor en Noviembre que en Agosto, atendiendo sólo a la dilatación de las lengüetas, hallaremos, sin embargo, a poco que nos fijemos, una explicación satisfactoria de esta aparente anomalía, y que con-

firma, en cierto modo, las deducciones que se desprenden de las ya citadas experiencias de De Zach.

En efecto: si se comparan los dos promedios que hemos hallado, veremos que su diferencia no excede del límite que puede alcanzar en más ó en menos, la de dos mediciones hechas en igualdad de circunstancias; de modo, que podemos suponer fundamentalmente, que la que resulta entre los citados promedios, es debida únicamente a los errores que originan los muchos y graves defectos del instrumento, sin que se note en lo más mínimo la influencia de la dilatación de las reglas, por no ser sensiblemente apreciable, y hallarse, además, completamente anulada la que pudiera ejercer la diferencia de temperatura en las lengüetas, y por tanto, en la medición, por ser siempre muy pequeña la longitud de ésta, y poco importante su dilatación. Basta, en efecto, que en los contactos haya habido algún descuido, ó que en el desarrollo de las lengüetas entre muchas ó pocas veces las divisiones largas ó cortas, para que la experiencia no produzca resultado. Además, careciendo el aparato de un nivel de comprobación para determinar el ángulo de inclinación de las reglas, bien se comprende que es preciso aceptar las regladas como horizontales, sin más indicación que la del tosco nivel incrustado en el centro; y que, como ya hemos dicho, carece de divisiones y no es susceptible de rectificación: esto sólo puede ser una causa de errores también mayores que los producidos por la dilatación de las lengüetas, y sirve, a mayor abundamiento, para explicar el mal éxito de la experiencia.

Sigamos describiendo la medición de la base.

Las alineaciones se hacían por medio de las pinzas constantemente levantadas, y el anteojos sirvió para comprobación. Las lecturas de las lengüetas se hacían por duplicado, con objeto de evitar las distracciones ó equivocaciones, y sólo se apuntaban en los cuadernos cuando había conformidad.

Aunque los nonios sólo aprecian 10 milímetros, ocurre con mucha frecuencia no verificarse exactamente la coincidencia de las rayas; en este caso las lecturas se reducían a 100 milímetros, y de

esta manera podia forzarse y apreciarse la aproximacion en décimas de division del nonio.

El paso de los trenes se conocia con veinte minutos de antelacion, á causa de hallarse la base situada entre dos estaciones muy proximas.

La practica indicó que ocho minutos antes debia procederse á fijar en el terreno el punto extremo de la reglada, y esta operacion se hacia clavando en el suelo una estaca hasta que se escondiera su cabeza en el terreno; en la estaca se fijaba un clavo, y en su cabeza se practicaba con un cuchillo una interseccion de dos lineas en el mismo punto donde tocaba el vértice de una plomada rectificada, suspendida en el extremo de la regla.

La vibracion producida alteraba en muchas ocasiones la situacion de la regla, que se rectificaba en seguida por medio de la misma plomada y la interseccion en el clavo, continuando la medicion sin mas incidente que la introduccion en el cuaderno de operaciones del grueso del hilo que la plomada llevaba. Igual procedimiento se seguia al final de una jornada para fijar el punto de partida del dia siguiente.

Con objeto de establecer una comprobacion, se dividió la longitud de la base en dos partes proximamente iguales, levantando un pilar de mamposteria y fijando en su centro un clavo vertical, cuya situacion correspondia exactamente con la alineacion general.

De esta manera la linea total fué descompuesta en dos sumandos, cuya medicion directa fué comprobada mas tarde por el calculo, estableciendo una porcion de triangulos, segun demuestra la figura 5.<sup>o</sup>

El resultado fué el siguiente:

*Para el trozo S. medio.*

|  |                                  |                  |
|--|----------------------------------|------------------|
| 1. <sup>a</sup> <i>Medicion directa.</i> | Regladas, 158. . . . .           | 474 <sup>m</sup> |
|  | Fracciones de lengüetas. . . . . | 20,78275         |
|  | Grueso de hilos. . . . .         | 0,00192          |
|  | Radio de un clavo. . . . .       | 0,00200          |
|  |                                  | <hr/>            |
|  |                                  | 494,78667        |

|  |                                  |                  |
|--|----------------------------------|------------------|
| 2. <sup>a</sup> <i>Medicion directa.</i> | Regladas, 157. . . . .           | 471 <sup>m</sup> |
|  | Fracciones de lengüetas. . . . . | 23,76717         |
|  | Hilos de plomada. . . . .        | 0,00330          |
|  | Radio de un clavo. . . . .       | 0,00200          |
|  |                                  | <hr/>            |
|  |                                  | 494,77247        |

|   |           |
|---|-----------|
| <i>Promedio.</i>                                  | 494,77957 |
| Valor del trozo S. medio obtenido por el calculo. | 494,77810 |
| <i>Diferencia.</i>                                | 0,00147   |

*Para el trozo N. medio.*

|  |                                  |                  |
|--|----------------------------------|------------------|
| 1. <sup>a</sup> <i>Medicion directa.</i> | Reglas, 220. . . . .             | 660 <sup>m</sup> |
|  | Fracciones de lengüetas. . . . . | 32,71421         |
|  | Hilos de plomada. . . . .        | 0,00288          |
|  | Radio de un clavo. . . . .       | 0,00200          |
|  |                                  | <hr/>            |
|  |                                  | 692,71909        |

|  |                                  |                  |
|--|----------------------------------|------------------|
| 2. <sup>a</sup> <i>Medicion directa.</i> | Reglas, 222. . . . .             | 666 <sup>m</sup> |
|  | Fracciones de lengüetas. . . . . | 26,74749         |
|  | Hilos de plomadas. . . . .       | 0,00360          |
|  | Radio de un clavo. . . . .       | 0,00200          |
|  |                                  | <hr/>            |
|  |                                  | 692,75309        |

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| <i>Promedio.</i>                | 692,73609 |
| El calculo dió para este trozo. | 692,72400 |
| <i>Diferencia.</i>              | 0,01209   |

Para evitar equivocaciones, y tambien con la mira de obtener mayor aproximacion de exactitud en la medida, se repitio la operacion marchando en sentido contrario, y para resultado final se tomó el promedio de las operaciones practicadas.

Naturalmente, no fueron iguales las dos medidas, y de aquí surge la cuestión de saber cuál sería la diferencia máxima admisible. Si fuera absolutamente conocido el error de que es capaz el aparato, fácil cosa sería determinar el número de milímetros de diferencia, en más ó en menos, que permitiera admitir como buenas dos mediciones consecutivas; pero en el caso que nos ocupa son tantas las causas de error, cuya influencia no es dable apreciar, que forzoso se hace prescindir de muchas de ellas para fijar convencionalmente, aunque de una manera racional y justificada, el grado de aproximación aceptable.

Observando con mucha escrupulosidad cada una de las regladas, hemos admitido, teniendo un cuidado muy grande en establecer los contactos, que no debía tenerse en cuenta más que el doble error de horizontalidad y el de lectura en el nonius, suponiendo para éste, que se verificaba una especie de compensación entre las divisiones largas y cortas; mas como en esta operación el error producido por la falta de horizontalidad rigorosa, afecta siempre en el mismo sentido á la medida, esto es, prolongándola, no hay necesidad de tenerlo en cuenta en la comparación, y sólo hay que atender al que origina la lectura del nonius.

En cuanto á esta causa de error, si se atiende á las groseras imperfecciones que á simple vista se notan en la división del nonius y las lengüetas, no parecerá seguramente exagerado que, para cada regla, se estime en un diezmilímetro, que es el límite que aprecia; y siendo 578 las que se han colocado, nos da próximamente,  $0^m,04$  para diferencia máxima, en el supuesto de haberse acumulado todos los errores en el mismo sentido. Probablemente alguno de estos influiría en un sentido, compensando una parte de los producidos en sentido opuesto; lo cierto es, que la diferencia entre las dos medidas consecutivas, fué mucho más pequeña, alcanzando sólo la cifra de  $0^m,012$ .

Diéronse, por consiguiente, ambas medidas por buenas, y su promedio fué aceptado como resultado definitivo. Este resultado fué:

## De S. á N.

|                            |                                   |                    |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------|
| 1. <sup>a</sup> Medicion.. | 378 regladas, á 3 metros. . . . . | 1.134 <sup>m</sup> |
|                            | Fracciones de lengüetas. . . . .  | 53,49287           |
|                            | Hilos de plomada. . . . .         | 0,00480            |
|                            | Error, segun notas. . . . .       | 0,00409            |
|                            | Diámetro de un clavo. . . . .     | 0,00400            |

Total. . . . . 1.187,50576

## De N. á S.

|                            |                                  |                    |
|----------------------------|----------------------------------|--------------------|
| 2. <sup>a</sup> Medicion.. | 379 reglas, á 3 metros. . . . .  | 1.137 <sup>m</sup> |
|                            | Fracciones de lengüetas. . . . . | 50,40256           |
|                            | Hilos de plomada. . . . .        | 0,00690            |
|                            | Error, segun notas. . . . .      | 0,11004            |
|                            | Tres radios de un clavo. . . . . | 0,00600            |

Total. . . . . 1.187,52550

Término medio de las dos mediciones. . 1.187,51563

Por lo que ya anteriormente llevamos expuesto acerca de las condiciones especiales del aparato, se desprende que este resultado no era susceptible de rectificación alguna por el momento. Habiendo hecho igual á cero la dilatación lineal de la madera, y careciendo esta Comisión de un metro tipo para determinar, si hubiera sido posible, la dilatación de las lengüetas, quedaba ya separada la corrección de temperatura.

La reducción al horizonte era improcedente, puesto que el aparato daba, por hipótesis, las regladas horizontales; y no habiendo medido línea quebrada, no había tampoco necesidad de la reducción á un mismo arco de círculo máximo.

Quedaba únicamente la reducción al nivel de las aguas medias y la corrección debida á la mala división de las lengüetas y á la verdadera longitud de las reglas, que se verificó más tarde por falta

de medios, y de ella hablaremos al tratar de la comparacion de nuestros resultados con los obtenidos por la Comision de Estadistica.

Para reducir la base al nivel del mar, se procedió de la manera siguiente:

Encima de la desembocadura de la ria de Avilés, y en el punto llamado *Pradera del Buscon*, donde se había proyectado un vértice de la triangulacion de primer orden, se midió una base pequeña con una cinta de hilos metálicos comprobada escrupulosamente. Esta base se enlazó con el vértice de triangulacion y con un pilote del muelle de madera de San Juan, por medio de triángulos que terminaban en una linea horizontal, blanca, pintada en el mismo pilote (fig. 6.º).

Observadas las distancias zenitales en esta pequeña triangulacion, se tuvo la cuota del vértice de *Pradera del Buscon* respecto á la señal blanca, y luego se tomó repetidas veces la altura de esta sobre las aguas en las horas de plena y baja mar, y se sacó su promedio. Obtenida de esta manera la altura del vértice de *Pradera del Buscon*, se llegó por el cálculo de los triángulos á las cuotas de los extremos de la base.

Al mismo tiempo, y con objeto de establecer una comparacion, se hicieron, en la playa de Gijon y en el extremo S. de la base, observaciones barométricas y termométricas simultáneas, con dos excelentes barómetros de Fortin. Hechos despues los cálculos y tomando su promedio, se obtuvo una cuota muy parecida á la trigonométrica.

|  |             |
|--|-------------|
| En efecto, la trigonométrica fué . . . . . | 194,77      |
| La barométrica . . . . .                   | 197,73      |
| <i>Diferencia</i> . . . . .                | <u>2,96</u> |

Conocida la altura de la base, nada más fácil que sustituir su valor en la fórmula  $B - b = B \left( \frac{h}{R} - \frac{h^2}{R^2} + \frac{h^3}{R^3} - \text{etc.} \right)$ ; pero si se observa que la base  $B$  es sumamente pequeña, pues no llega á mil doscientos metros, y que, por lo mismo, la corrección debia ser in-

significante, con objeto de hacerla resaltar más, preferimos calcular los primeros triángulos refiriéndolos al nivel de la base, hasta llegar á un lado superior á 8,000 metros. Tomándolo entonces por base y reduciéndolo al nivel del mar, se encontraron, hechas todas las operaciones,  $B - b = \text{etc.}$

#### IV.

##### Triangulacion de primer orden.

Al mismo tiempo que se ejecutaba la operacion que acabamos de describir, se procedia á un detenido reconocimiento del terreno, con el fin de proyectar y fijar definitivamente los vértices que, respecto á nuestra triangulacion, debian ser de primer orden. Dió por resultado este primer reconocimiento la elección de 59 puntos que cubrian toda la zona que se extiende desde la costa Cantábrica, entre el cabo de San Lorenzo y el de Vidrias, hasta los picos de Piedrafita, Retriñon y Peña Obiña hacia el Sur, en el confín de la provincia de Asturias y la de Leon, comprendiendo dentro de sus límites la cuenca carbonifera central.

En la ejecucion de este trabajo previo, se ha procurado seguir, en cuanto era dable, las instrucciones que al efecto se habian dictado, y que se hallaban rigurosamente ajustadas á los preceptos generales que la práctica aconseja y la ciencia enseña, en cuanto á la dimension más adecuada para los lados y á la forma de los triángulos. Se mandaba, en efecto, que aquellos no excedieran de 9 á 10.000 metros, cuya longitud era, sin género de duda, la más proporcionada á la extension del terreno que se iba á triangular; y que la forma de los triángulos fuese equiláteral, que es tambien la que el cálculo ha demostrado ser la que da resultados más exactos, para datos igualmente defectuosos. No ha sido, sin embargo, posible encerrarse dentro de los límites marcados para los lados, llegando alguno de ellos hasta 20.000 metros; y tambien ha sido necesario apartarse bastante de lo prescrito relativamente á la

forma de los triángulos, aunque ninguno tiene ángulos de menos amplitud que la que se considera como minima admisible, sin perjuicio notorio en los resultados. Por lo demas, nada extraño es que asi haya sucedido, pues si nunca en la práctica, aun en condiciones generalmente favorables, es rigorosamente realizable, lo que sin dificultad puede proyectarse en el papel, con arreglo á lo que la teoria enseña ser mejor, imposible tenia que ser, en Asturias, donde la estructura general del terreno ofrece condiciones especialísimas, por la asombrosa desigualdad de su suelo, por sus bruscos desniveles y accidentes de toda clase, que en tales casos suelen ofrecer obstáculos insuperables.

Esta primera red geodésica se amplió hacia la parte O. en la campaña de 1866 á 1867, eligiendo once nuevos puntos de primer orden, previo reconocimiento verificado al efecto, habiendo sido necesario, á consecuencia de esto, variar algun tanto la situación del vértice proyectado primeramente en el cabo de San Lorenzo, que carecia de horizonte en esa dirección. La razon que nos ha movido á extender nuestra triangulación por aquella parte, ha sido comprender dentro de su perimetro algunos pequeños manchones aislados de terreno carbonífero que existen en la indicada zona, y que se hallaban fuera de los triángulos proyectados primeramente. Ciento es que, sin gran temor de equivocarse, puede desde luego adelantarse la idea de que estos criaderos de escasa extensión, no deben tener gran valor, industrialmente considerados; pero habiendo sido clasificados como manchones ricos en reconocimientos anteriores (lo que á nuestro entender es completamente cierto, bajo el punto de vista científico), nos ha parecido que debian incluirse en el cuadro de nuestros ulteriores estudios, para esclarecer en este punto todas las dudas, y llegar á conocer su verdadera importancia.

En todos estos sitios, ademas de relacionarlos con puntos inviolables del terreno, se construian pilares de mampostería de 1.<sup>m</sup>20 de altura, que debian servir para colocar el teodolito y los heliotropos, y que luego por necesidad sirvieron casi siempre de puntos de mira.



A la verdad, siendo la longitud más comun de nuestros lados de 10 á 12.000 metros, era pequeña la altura de estos pilares para servir al propio tiempo de objeto de mira sin el auxilio de los heliotropos; pero las dificultades del empleo de este aparato son tan grandes en este clima de Asturias, que en la mayor parte de las ocasiones hubo que renunciar necesariamente á tan excelente sistema de señales.

Los instrumentos empleados para las observaciones de los vértices fueron seis heliotropos, un teodolito de Brunnerr de 0.<sup>m</sup>22 de diámetro, un barómetro Fortin, termómetros centigrados, una brújula de geólogo, una cinta de medir y clavos para los pilares.

Nada diremos del barómetro Fortin, sistema muy conocido, ni de la brújula de geólogo, que se diferencia muy poco de las ordinarias de bolsillo.

Los heliotropos empleados son de los ordinarios de tablilla, como indica la figura 7.<sup>a</sup>, los que pueden ser manejados por peones sin instrucción; pero además de ser necesaria la luz del sol para poder verificarse la reflexión de los rayos, exigen, cada período de dos ó tres minutos, una rectificación en la situación del espejo, lo cual supone una atención constante y delicada durante la jornada por parte del peón encargado, y una habilidad cuidadosa en verificar bien la puntería. En Asturias son muy raros los días de cielo despejado, y es también casi imposible obtener de un peón tan asiduo cuidado por espacio de muchas horas; así es que los heliotropos producen escasas ventajas, y retardan considerablemente las operaciones, si solamente se aguarda su luz para fijar la puntería.

Cuando no se hacia uso del heliotropo y se tomaban los pilares como puntos de mira, se suplia su falta de altura, para las distancias considerables, colocando encima castillejos de piedra coronados por una banderola de grandes dimensiones.

Para evitar las grandes pérdidas de tiempo ocasionadas en retirarse á hacer noche á alguna aldea, se llevaba una tienda de campaña, que se plantaba inmediata al sitio de estacion.

El teodolito, de construcción esmerada y forma escéntrica, es

de limbos planos con finísima división de plata, perfectamente ejecutada de cinco en cinco minutos, y de sistema reiterador perfeccionado, así en el limbo horizontal como en el vertical. Solo tiene en cada limbo un tornillo de coincidencia, no necesitándose, para la reiteración, que haya otro igual en el disco fijo.

Los discos en ambos limbos, que durante las observaciones permanecen inmóviles, se sujetan, cada uno de ellos, por medio de dos fuertes tornillos de presión, y los dos móviles llevan en los extremos de dos diámetros perpendiculares, cuatro nonius que aprecian la sesentava parte de cinco minutos; esto es, cinco segundos.

El anteojos es astronómico, de 0,45 de longitud, fijo, formando cuerpo rígido con el disco móvil del limbo zenital. Tiene el reticulio provisto de cuatro hilos, dos horizontales y dos verticales, de tal manera, que los puntos de mira se visan en cualquier sentido, colocándolos en medio de dos hilos paralelos.

Para hacer las lecturas en los nonius, hay en cada uno de los limbos dos microscopios colocados á la extremidad del mismo diámetro, los cuales presentan una modificación que no deja de ser importante. Están provistos de una espiga de latón encorvada, situada de tal manera, que su punta se halla en la misma dirección que el eje óptico del microscopio. Tomando la espiga como puntero, se evita dirigir á las divisiones del nonius, visuales inclinadas que podrían dar el error de una ó más rayas al apreciar la coincidencia.

La nivelación del aparato se obtiene por medio de un nivel positivo muy sensible, dividido de 0 á 55 desde uno á otro de sus extremos, á fin de facilitar las operaciones sin necesidad de rectificarlo á cada momento, pues basta que uno de los extremos de la burbuja se observe constantemente en la misma división durante una revolución completa del instrumento, para obtener una exacta nivelación.

El limbo zenital, ademas de ser reiterador, tiene un nivel móvil, con divisiones de uno á otro de sus extremos, que aprecian

cuatro segundos. Este nivel está provisto de una espiga que lleva un tornillo de presión y otro de coincidencia, y con ellos se sujetan y ajusta al disco fijo.

El objeto de tal nivel, es comprobar si ha sufrido arrastre ó movimiento el disco fijo, ó si se ha desnivelado el aparato durante la revolución del disco móvil al observar las distancias zenitales. Para esto, antes de principiar las observaciones de un punto cualquiera, se sujetan el tornillo de presión, y por medio del de coincidencia se hace correr la burbuja hasta que sus extremos se coloquen en dos divisiones determinadas. Si al dar vuelta al limbo, y al verificar la revolución del anteojos, los extremos de la burbuja señalan otra división, se tiene en cuenta la variación en el cuaderno para rectificar el ángulo, pues es evidente que el disco fijo ha sufrido un ligero arrastre; mas si la variación ha sido en un número considerable de divisiones, puede haber habido, ademas de arrastre, desnivelación, y entonces conviene comprobar esta última circunstancia.

El teodolito, por sus dimensiones bastante notables (0,482 de altura) y por su fuerte construcción, tiene un peso muy grande, siendo esto causa de no poderse emplear un trípode para su uso; por cuya razón, y para hacer las observaciones, se construyeron en los vértices los pilares de que ya se ha hecho mención.

Antes de describir la medida de los ángulos, conviene hacer observar que la palabra reiteración no tiene el mismo sentido que el que le dieron los geómetras ingleses al aplicarla á la medición de un ángulo en un mismo sitio del limbo, y repitiendo varias veces las mismas punterías. Tal procedimiento solo necesita la movilidad de un disco en cualquiera de los dos limbos; y aún cuando el instrumento llevara cuatro nonius, no se podría corregir eficazmente el error material de división que siempre existe, por hábil que haya sido el constructor, y por perfectos que hayan sido los aparatos empleados al practicarla. La reiteración, tal como la hemos empleado, participa bastante del carácter de la repetición, y solo de ella se distingue en que las lecturas de los ángulos observados, no son dobles, triples, etc., de las verdaderas. Se hace la observación después de

haber numerado los nonius, y tomando cualquiera de ellos por aliada, por ejemplo, el n.º 1, que cae en cualquier punto de la division del limbo, y que se toma por cero. Apuntando sucesivamente á cada uno de los vértices que forman un horizonte trigonométrico, se anotan las lecturas de estas punterias, y luego las diferencias de las lecturas nos dan las amplitudes angulares reducidas al horizonte entre dos vértices, ó sea los ángulos de la triangulacion; pero las observaciones de todo el horizonte se han hecho girando en un mismo sentido (de izquierda á derecha) el disco móvil azimutal, con casi todo el peso del aparato, y es fácil que durante toda la revolution haya sufrido un ligero arrastre el disco fijo, lo cual por de pronto no puede comprobarse, por carecer el teodolito de anteojo de referencia. Este movimiento, posible algunas veces, y que se ha exagerado mucho por los entusiastas del sistema repetidor, no tiene importancia alguna, y puede desvanecerse de una manera satisfactoria y casi completa. En efecto: haciendo inmediatamente las mismas punterias, marchando en sentido contrario (de derecha á izquierda), se comprueban todas las visuales anteriores y se sabe en qué momento ha sido el disco fijo arrastrado, y cuál es el ángulo defectuoso. Este incidente, en verdad ocurre en muy raras ocasiones, y generalmente las lecturas, marchando de derecha á izquierda, comparadas con las anteriores, sólo ofrecen las pequeñas diferencias naturales y previstas que originan los errores de punteria.

Á un sistema de lecturas en ambos sentidos para todos los puntos de un horizonte trigonométrico, se llama serie.

Soltando los dos tornillos de presion del disco fijo, se le hace correr una cantidad angular cualquiera, convenida de antemano, de modo que en las diferentes series, las lecturas correspondientes á unos mismos vértices se hayan hecho en toda la circunferencia del limbo. De esta manera, sin renunciar las muchas ventajas del sistema reiterador, se obtiene la más importante de la repeticion, que es desvanecer el error de division del limbo y de escentricidad del eje de rotacion.

En lugar de hacer la lectura en los cuatro nonius, que por su

posicion especial ofrece mucha incomodidad al observador, sólo se leyó en dos colocados al extremo de un mismo diámetro, supliendo la falta de las otras lecturas con un número mayor de series.

El trabajo en cada una de las estaciones, despues de centrar el teodolito y rectificarlo, se dividia en dos partes: 1.º Observacion de ángulos azimutales. 2.º Distancias cenitales.

Para centrar el teodolito en el pilar, cuya forma era prismática rectangular, se trazaban en su cara superior, con un cordel, dos diagonales, y en su punto de encuentro se fijaba un clavo cilindrico sin cabeza.

Como los tres tornillos de la base del instrumento están situados en los vértices de un triángulo equilátero, se mandó fabricar una plantilla de palastro, en la cual se trazó el triángulo y el centro del circulo circunscrito. En este centro se practicó un agujero del mismo diámetro del clavo, y se hicieron en los vértices del triángulo unas pequeñas entalladuras. Introduciendo la plantilla en el clavo por el agujero del centro, y colocados los tornillos de la base en las entalladuras, quedaba el teodolito centrado de una manera fácil y rigurosamente exacta. Dicha plantilla está representada en la figura 8.º.

La rectificacion del teodolito es muy sencilla. El constructor suprimió todas aquellas correcciones cuyas causas de error se anulan con la repeticion, por motivo de ser el anteojo escéntrico, y se reducen simplemente á poner el eje del limbo zenital perfectamente horizontal, y á rectificar la posicion de los hilos del reticulio. Las demás causas de error están salvadas por construccion.

La primera correccion se obtiene por medio de dos tornillos, actuando en el puente que lleva el eje del limbo zenital. Uno de los tornillos se enrosta en la pieza del puente, acercándola ó alejándola, y el otro opriime simplemente la superficie, con objeto de producir una presion sobre el paso de rosca, para impedir todo movimiento y quedar perfectamente fijo todo el sistema. El nivel postizo, que precisamente se apoya en los extremos del eje del limbo zenital, indica en qué sentido deben moverse los tornillos.

La segunda corrección se verifica por medio de un tornillo que hace correr el retículo á derecha ó izquierda.

La medición de los ángulos azimutales se hacia visando, cuando era posible, á la luz de los heliotropos que se presentaba en el centro del retículo en la forma de una hermosa estrella blanca; mas por las causas que ya hemos indicado, se apuntaba, en la mayoría de los casos, á los mismos pilares que se colocaban entre los dos hilos verticales del retículo.

Con objeto de tener un número regular de punterías y bastantes lecturas, y por ser el teodolito escéntrico, se hacían cinco series con el limbo zenital á la derecha, y otras cinco con el mismo limbo á la izquierda. Esto daba lugar á veinte punterías y cuarenta lecturas, á causa de los dos nonius, reduciéndose estas últimas á veinte promedios mientras se hacia la observación. Se sacaban luego las veinte diferencias correspondientes á cada punto, respecto á la primera visual de la serie que se tomaba como cero, y finalmente se sacaba un promedio de cada grupo de ellas, cuyos promedios combinados dos á dos nos daban el ángulo definitivo de la observación.

El adjunto registro, que es una copia de las hojas de los cuadernos de operaciones, explicará claramente lo que hemos dicho.

ESTACION DEL PICO DEL HUEVO.—Promedios de las diferencias.

| Braña-caballo. | ROBEQUERAS. | CARBALLAMPAZA. | RETRÍÑON. | VÉRTICES. | PROMEDIOS de las diferencias. | NOMBRES DE LOS VÉRTICES. |                               | ÁNGULOS de los triángulos. |
|----------------|-------------|----------------|-----------|-----------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|----------------------------|
|                |             |                |           |           |                               | RETRÍÑON.                | PROMEDIOS de las diferencias. |                            |
| 0              | 20 5        | 45 5           | 49 29     | 40 8,75   | 107 33                        | 47,50                    | 0 0                           | 48,06                      |
|                |             | 47,50          | 29        | 8,75      | 33                            | 42,50                    | 20 5                          |                            |
|                | 5           | 50             | 29        | 7,50      | 33                            | 22,50                    | 48,06                         |                            |
|                | 5           | 42,50          | 29        | 3,75      | 33                            | 18,75                    | 29 9,06                       |                            |
|                | 5           | 45             | 29        | 27,50     | 33                            | 25                       | 33 46,50                      |                            |
|                | 5           | 43,75          | 29        | 26,25     | 33                            | 26,25                    | 107 33                        |                            |
|                | 5           | 50             | 29        | 40        | 33                            | 20                       | 46,50                         |                            |
|                | 5           | 48,75          | 29        | 7,50      | 33                            | 20                       | 23 21                         |                            |
|                | 5           | 57,50          | 29        | 22,50     | 33                            | 27,50                    | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 52,50          | 29        | 22,50     | 33                            | 27,50                    | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 52,50          | 29        | 5         | 33                            | 20                       | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 47,50          | 29        | 5         | 33                            | 17,50                    | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 47,50          | 28        | 55        | 33                            | 5                        | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 48,75          | 28        | 58,75     | 33                            | 14,25                    | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 40             | 29        | "         | 33                            | 10                       | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 43,75          | 29        | "         | 33                            | 7,50                     | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 50             | 29        | 40        | 33                            | 10                       | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 30             | 29        | 5         | 33                            | 5                        | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 52,50          | 29        | 40        | 33                            | 12,50                    | 29 21                         |                            |
|                | 5           | 46,25          | 29        | 6,25      | 33                            | 13,75                    | 29 21                         |                            |
|                |             |                |           |           |                               |                          |                               |                            |
| 400            | 400         | 361,25         | 980       | 578       | 301,25                        | 2,140                    | 660                           |                            |
| 20             | 20          | 5 48,06        | 49        | 29        | 9,06                          | 107                      | 33                            | 46,50                      |

Por sencilla que parezca esta marcha, no se observarán en la práctica las series, sin ofrecerse á cada paso muchos y muy penosos entorpecimientos. El frecuente derribo de los pilares por algun pastor mal intencionado, ó por alguna de las infinitas reses que en la buena estacion pastan en los picos, ocasionaban en los trabajos largas interrupciones, pues ya se comprende cuánto tardaría un peón en recorrer la distancia de un pico á otro en un país tan accidentado, y en restablecer el pilar derribado. Pero si grave era este inconveniente, era infinitamente mayor otro, que dependía únicamente de las malas condiciones del triste y pesado clima asturiano.

A los 700 metros de altura, próximamente, sobre el nivel del mar, principia la region favorita de las brumas y menudas lluvias. Una niebla densa y sumamente húmeda, corona casi siempre los altos picos con una persistencia tenaz y abrumadora: semanas, y aun meses enteros, se han pasado alguna vez, sin que el estado atmosférico permitiera descubrir uno solo de los puntos del horizonte trigonométrico; y si alguna ráfaga de viento barria la niebla, haciéndola correr de valle en valle, rara vez se conseguía distinguir á un tiempo todos los de la serie. Aprovechábase, sin embargo, la ocasión de ver algunos de ellos, para observar los ángulos comprendidos y sus distancias zenitales, apuntándose en el cuaderno series incompletas, y aguardando á que un tiempo más bonancible permitiera completarlas por medio de una visual de referencia.

Por lo general amanecían todos los días con mal tiempo; y si no soplabía un viento fuerte, seguía la bruma cubriendo los picos hasta el medio dia: á esta hora solía á veces disiparla el calor del sol; y cuando tal fenómeno ocurría de una manera completa, se observaban en algunas ocasiones cambios enormes, casi inverosímiles, en la temperatura: así en el *Cueto de Millaró* (2.480 metros sobre el mar) se han sufrido fuertes heladas hasta las ocho de la mañana en algunos días del mes de Agosto, subiendo luego el termómetro hasta 22° á las dos de la tarde. En el *Pico del Gamonal* (1.709 metros sobre el mar) se han hecho observaciones barométricas con una temperatura de 4° á las nueve de la mañana, y se han

repetido á las doce, habiendo subido el termómetro á 24°. Tales cambios de temperatura solían ser precursores de tormenta.

Varias han sido las estaciones que han necesitado de veinte á cuarenta días, y aun ha habido puntos tan constantemente cubiertos de bruma, que han tenido necesidad de visarse en tres campañas sucesivas para intercalarlos en sus respectivas series.

La adjunta copia de una estación desgraciada, bajo el punto de vista de las contrariedades, dará una idea de lo que acabamos de referir:

## ESTACION DEL GAMONAL.—Dia 2 de Setiembre.—CÍRCULO IZQUIERDA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>º</sup> Nonius. | Promedios.   | Diferencias. | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------|--------------|--------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 1 7 55                   | 7 50                    | 1 7 52,50    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 30 8 22,50               | 8 17,50                 | 30 8 20      | 29 0 27,50   |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 63 45 32,50              | 45 40                   | 63 45 46,25  | 64 37 53,75  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 45 55                    | 45 40                   | 45 47,50     | 37 52,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 8 25                     | 8 20                    | 8 22,50      | 0 27,50      |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 7 55                     | 7 55                    | 7 55         | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 60 30 30                 | 30 22,50                | 60 30 26,25  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 89 31 0                  | 30 32,50                | 89 30 56,25  | 29 0 30      |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 125 8 20                 | 8 10                    | 125 8 15     | 64 37 48,75  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 8 15                     | 8 10                    | 8 12,50      | 37 47,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 30 37,50                 | 30 50                   | 30 53,75     | 0 28,75      |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 30 30                    | 30 20                   | 30 25        | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 113 33 55                | 33 45                   | 113 33 50    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 142 34 12,50             | 34 10                   | 142 34 11,25 | 29 0 21,25   |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 178 11 40                | 11 35                   | 178 11 37,50 | 64 37 47,50  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 11 40                    | 11 40                   | 11 40        | 37 52,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 34 15                    | 34 10                   | 34 12,50     | 0 25         |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 33 52,50                 | 33 42,50                | 33 47,50     | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 174 23 27,50             | 23 22,50                | 174 23 25    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 203 23 37,50             | 23 32,50                | 203 23 35    | 29 0 40      |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 239 1 5                  | 1 10                    | 239 1 7,50   | 64 37 42,50  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 1 5                      | 1 10                    | 1 7,50       | 37 42,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 23 42,50                 | 23 40                   | 23 41,25     | 0 16,25      |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 23 25                    | 23 25                   | 23 25        | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 244 8 25                 | 8 20                    | 244 8 22,50  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 270 8 40                 | 8 45                    | 270 8 42,50  | 29 0 20      |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 305 46 10                | 46 10                   | 305 46 10    | 64 37 47,50  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 46 10                    | 46 15                   | 46 12,50     | 37 50        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 8 45                     | 8 50                    | 8 47,50      | 0 25         |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 8 25                     | 8 20                    | 8 22,50      | 0 0          |        |            |             |                |

## SIGUE LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>º</sup> Nonius. | Promedios.   | Diferencias. | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------|--------------|--------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 3 7 50                   | 7 40                    | 3 7 45       | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 32 7 50                  | 7 35                    | 32 7 42,50   | 28 59 37,50  |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 67 44 50                 | 44 40                   | 67 44 45     | 64 37 0      |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 44 43                    | 44 35                   | 44 40        | 36 57,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 7 45                     | 7 30                    | 7 37,50      | 39 53        |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 7 50                     | 7 35                    | 7 42,50      | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 63 7 45                  | 7 35                    | 63 7 40      | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 92 7 45                  | 7 20                    | 92 7 32,50   | 28 59 32,50  |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 127 44 35                | 44 20                   | 127 44 27,50 | 64 36 47,50  |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 44 43                    | 44 25                   | 44 33        | 36 57,50     |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 7 40                     | 7 25                    | 7 32,50      | 39 55        |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 7 45                     | 7 30                    | 7 37,50      | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 128 59 0                 | 58 45                   | 128 58 52,50 | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 157 59 5                 | 58 50                   | 157 58 57,50 | 29 0 5       |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 193 36 0                 | 35 55                   | 193 35 57,50 | 64 37 5      |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 36 0                     | 35 52,50                | 35 56,25     | 37 0         |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 59 10                    | 58 52,50                | 59 4,25      | 0 5          |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 59 2,50                  | 58 50                   | 58 56,25     | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 198 32 45                | 32 45                   | 198 32 45    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 227 32 50                | 32 35                   | 227 32 42,50 | 28 59 57,50  |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 263 9 50                 | 9 47,50                 | 263 9 48,75  | 64 37 3,75   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 9 50                     | 9 50                    | 9 50         | 37 7,50      |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 32 45                    | 32 35                   | 32 40        | 39 57,50     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 32 43                    | 32 40                   | 32 42,50     | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 277 33 20                | 33 15                   | 277 33 17,50 | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 306 33 45                | 33 12,50                | 306 33 13,75 | 28 59 56,25  |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . .          | 342 10 30                | 10 25                   | 342 10 27,50 | 64 37 10     |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 10 30                    | 10 20                   | 10 25        | 37 8,75      |        |            |             |                |
| Grandota de Oviedo.          | 33 15                    | 33 10                   | 33 12,50     | 39 56,25     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 33 17,50                 | 33 15                   | 33 16,25     | 0 0          |        |            |             |                |

## COMPLEMENTO A LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius. | Promedios.  | Diferencias. | Horas.       | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------|--------------|--------------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |             |              |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 305                      | 41 35                   | 41 50       | 305 41 42,50 | 0 0 0        |            |             |                |
| Sobia.                       | 56                       | 6 50                    | 6 32,50     | 56 6 41,25   | 110 24 58,75 |            |             |                |
| Oral.                        | 112                      | 19 0                    | 18 35       | 112 18 47,50 | 166 37 5     |            |             |                |
| Idem.                        | 18 55                    | 18 30                   | 18 42,50    | 36 58,75     |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 6 45                     | 6 30                    | 6 37,50     | 24 53,75     |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 44 40                    | 44 47,50                | 44 43,75    | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |             |              |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 10                       | 13 45                   | 13 55       | 10 13 30     | 0 0 0        |            |             |                |
| Sobia.                       | 120                      | 38 57,50                | 38 40       | 120 38 48,75 | 110 24 58,75 |            |             |                |
| Oral.                        | 176                      | 51 5                    | 50 50       | 176 50 57,50 | 166 37 7,50  |            |             |                |
| Idem.                        | 31 7,50                  | 30 30                   | 30 38,75    | 37 7,50      |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 38 57,50                 | 38 45                   | 38 51,25    | 23 0         |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 13 47,50                 | 13 55                   | 13 51,25    | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |             |              |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 75                       | 6 0                     | 6 5         | 75 6 2,50    | 0 0 0        |            |             |                |
| Sobia.                       | 183                      | 31 10                   | 31 0        | 183 31 3     | 110 25 2,50  |            |             |                |
| Oral.                        | 241                      | 43 22,50                | 43 5        | 241 43 13,75 | 166 37 11,25 |            |             |                |
| Idem.                        | 43 22,50                 | 43 7,50                 | 43 15       | 37 10        |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 34 10                    | 31 0                    | 31 5        | 23 0         |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 6 3                      | 6 3                     | 6 3         | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |             |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 99                       | 6 5                     | 6 5         | 99 6 5       | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 140                      | 5 5                     | 5 0         | 140 5 2,50   | 40 58 57,50  |            |             |                |
| Sobia.                       | 250                      | 30 5                    | 30 0        | 250 30 2,50  | 151 23 57,50 |            |             |                |
| Oral.                        | 306                      | 42 10                   | 42 5        | 306 42 7,50  | 207 36 2,50  |            |             |                |
| Idem.                        | 42 10                    | 42 2,50                 | 42 6,25     | 35 57,50     |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 30 5                     | 30 0                    | 30 2,50     | 23 53,75     |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 5 5                      | 5 3                     | 5 3         | 58 56,25     |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 6 7,50                   | 6 10                    | 6 8,75      | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |             |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 165                      | 13 32,50                | 13 40       | 165 13 36,25 | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 206                      | 12 45                   | 12 25       | 206 12 20    | 40 58 43,75  |            |             |                |
| Sobia.                       | 316                      | 37 20                   | 37 47,50    | 316 37 48,75 | 151 23 42,50 |            |             |                |
| Oral.                        | 12 49 33                 | 49 22,50                | 42 49 28,75 | 207 35 52,50 |              |            |             |                |
| Idem.                        | 49 40                    | 49 25                   | 49 32,50    | 36 1,25      |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 37 20                    | 37 15                   | 37 17,50    | 23 46,25     |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 42 30                    | 42 30                   | 42 30       | 58 58,75     |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 13 30                    | 13 32,50                | 13 31,25    | 0 0          |              |            |             |                |

## COMPLEMENTO A LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius. | Promedios. | Diferencias. | Horas.       | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|------------|--------------|--------------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |            |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 313                      | 12 52,50                | 13 7,50    | 345 13 0     | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 26                       | 11 47,50                | 12 0       | 26 11 53,75  | 40 58 53,75  |            |             |                |
| Sobia.                       | 136                      | 36 47,50                | 36 33      | 136 36 31,25 | 151 23 31,25 |            |             |                |
| Oral.                        | 192                      | 49 0                    | 49 5       | 192 49 2,50  | 207 36 2,50  |            |             |                |
| Idem.                        | 48                       | 57,50                   | 49 25      | 49 0         | 35 58,75     |            |             |                |
| Sobia.                       | 36 30                    | 36 30                   | 36 30      | 36 30        | 23 48,75     |            |             |                |
| Ranero.                      | 11 45                    | 11 52,50                | 11 48,75   | 38 47,50     |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 12 32,50                 | 13 10                   | 13 12,5    | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |            |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 113                      | 31 33                   | 31 33      | 113 31 53    | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 156                      | 30 42,50                | 30 52,50   | 156 30 47,50 | 40 58 32,50  |            |             |                |
| Sobia.                       | 267                      | 15 50                   | 16 0       | 267 15 53    | 151 24 0     |            |             |                |
| Oral.                        | 323                      | 28 0                    | 28 5       | 323 28 2,50  | 207 36 7,50  |            |             |                |
| Idem.                        | 28 0                     | 28 2,50                 | 28 1,25    | 36 8,75      |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 15 50                    | 16 0                    | 15 53      | 24 2,50      |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 50 47,50                 | 50 52,50                | 50 50      | 58 37,50     |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 31 50                    | 31 33                   | 31 32,50   | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |            |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 180                      | 17 42,5                 | 17 52,5    | 180 17 47,5  | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 221                      | 16 37,5                 | 16 52,5    | 221 16 45    | 40 58 57,5   |            |             |                |
| Sobia.                       | 331                      | 41 35                   | 41 50      | 331 41 42,5  | 151 23 53    |            |             |                |
| Oral.                        | 27                       | 53 37,5                 | 31 0       | 27 53 58,75  | 207 36 11,25 |            |             |                |
| Idem.                        | 33 53                    | 33 37,5                 | 33 56,25   | 36 8,75      |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 41 45                    | 41 32,5                 | 41 48,75   | 24 1,25      |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 16 32,5                  | 16 47,5                 | 16 40      | 58 32,5      |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 17 40                    | 17 53                   | 17 47,5    | 0 0          |              |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |            |              |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 245                      | 2 10                    | 2 30       | 245 2 20     | 0 0 0        |            |             |                |
| Ranero.                      | 286                      | 1 2,5                   | 1 30       | 286 1 16,25  | 40 58 56,25  |            |             |                |
| Sobia.                       | 36                       | 26 20                   | 26 17,5    | 36 26 18,75  | 151 23 58,75 |            |             |                |
| Oral.                        | 92                       | 38 32,5                 | 38 30      | 92 38 34,25  | 207 36 11,25 |            |             |                |
| Idem.                        | 38 30                    | 38 25                   | 38 27,5    | 36 7,5       |              |            |             |                |
| Sobia.                       | 26 15                    | 26 17,5                 | 26 16,25   | 23 56,25     |              |            |             |                |
| Ranero.                      | 1 2,5                    | 1 30                    | 1 16,25    | 58 56,25     |              |            |             |                |
| Peña Mayor.                  | 2 10                     | 2 30                    | 2 20       | 0 0          |              |            |             |                |

## SIGUE EL COMPLEMENTO Á LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.            | 1.er Nonius. |         | 2.º Nonius |          | Promedios. |        | Diferencias. |    | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|---------------------|--------------|---------|------------|----------|------------|--------|--------------|----|--------|------------|-------------|----------------|
|                     | 1.           | 2.      | 1.         | 2.       | 1.         | 2.     | 1.           | 2. |        |            |             |                |
| <b>5.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |        |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 310          | 15 20   | 15 45      | 310      | 15 32,5    | 0 0    | 0            |    |        |            |             |                |
| Ranero. . . . .     | 351          | 14 25   | 14 45      | 351      | 14 35      | 40 59  | 2,5          |    |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 101          | 39 35   | 39 35      | 101      | 39 35      | 151 24 | 2,5          |    |        |            |             |                |
| Oral. . . . .       | 157          | 31 50   | 31 45      | 157      | 31 47,5    | 207 36 | 15           |    |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 51           | 47,5    | 51 45      | 51       | 46,25      | 36     | 13,75        |    |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 39 40        | 39 35   |            | 39 37,5  |            | 24     | 5            |    |        |            |             |                |
| Ranero. . . . .     | 14 25        | 14 47,5 |            | 14 36,25 |            | 59     | 3,75         |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 15 20        | 15 45   |            | 15 32,5  |            | 0      | 0            |    |        |            |             |                |

## COMPLEMENTO AL PRIMERO DE LA ESTACION DEL GAMONAL.

CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.            | 1.er Nonius. |         | 2.º Nonius |         | Promedios. |       | Diferencias. |    | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|---------------------|--------------|---------|------------|---------|------------|-------|--------------|----|--------|------------|-------------|----------------|
|                     | 1.           | 2.      | 1.         | 2.      | 1.         | 2.    | 1.           | 2. |        |            |             |                |
| <b>1.ª Serie.</b>   |              |         |            |         |            |       |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 130          | 16 55   | 16 32,5    | 130     | 16 33,75   | 0 0   | 0            |    |        |            |             |                |
| Ranero. . . . .     | 171          | 15 57,5 | 16 0       | 171     | 15 58,75   | 40 39 | 5            |    |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 15 30        | 15 30   |            | 15 30   |            | 39    | 0            |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 16 30        | 16 30   |            | 16 30   |            | 0     | 0            |    |        |            |             |                |
| <b>2.ª Serie.</b>   |              |         |            |         |            |       |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 194          | 49 0    | 49 10      | 194     | 49 5       | 0 0   | 0            |    |        |            |             |                |
| Ranero. . . . .     | 235          | 47 55   | 48 0       | 235     | 47 57,5    | 40 38 | 52,5         |    |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 48 0         | 48 10   |            | 48 5    |            | 38 45 |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 49 15        | 49 25   |            | 49 20   |            | 0     | 0            |    |        |            |             |                |
| <b>3.ª Serie.</b>   |              |         |            |         |            |       |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 260          | 0 45    | 0 50       | 260     | 0 47,5     | 0 0   | 0            |    |        |            |             |                |
| Ranero. . . . .     | 300          | 50 45   | 60 5       | 300     | 50 55      | 40 59 | 7,5          |    |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 59 45        | 60 0    |            | 59 52,5 |            | 59 5  |              |    |        |            |             |                |
| Peña Mayor. . . . . | 0 45         | 0 50    |            | 0 47,5  |            | 0     | 0            |    |        |            |             |                |

## SEGUNDO COMPLEMENTO Á LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.            | 1.er Nonius. |         | 2.º Nonius |          | Promedios. |     | Diferencias. |       | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|---------------------|--------------|---------|------------|----------|------------|-----|--------------|-------|--------|------------|-------------|----------------|
|                     | 1.           | 2.      | 1.         | 2.       | 1.         | 2.  | 1.           | 2.    |        |            |             |                |
| <b>1.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |     |              |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 290          | 47 30   | 47 50      | 290      | 47 40      | 0   | 0            | 0     |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 1            | 13 45   | 13 53      | 1        | 13 50      | 70  | 26           | 10    |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 51           | 25 45   | 25 40      | 51       | 25 42,5    | 120 | 38           | 2,5   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 25           | 47,5    | 25 40      | 25       | 43,75      | 38  | 6,25         |       |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 13           | 40      | 13 40      | 13       | 40         | 26  | 2,5          |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 47           | 30      | 47 45      | 47       | 37,5       | 0   | 0            |       |        |            |             |                |
| <b>2.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |     |              |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 355          | 32 55   | 32 45      | 355      | 32 50      | 0   | 0            | 0     |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 65           | 58 45   | 58 50      | 65       | 58 47,5    | 70  | 25           | 57,5  |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 116          | 10 45   | 10 45      | 116      | 10 45      | 120 | 37           | 5,5   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 10 50        | 10 50   |            | 10 50    |            | 38  | 3,75         |       |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 58           | 40      | 58 42,5    | 58       | 41,25      | 25  | 3,5          |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 32           | 50      | 32 42,5    | 32       | 46,25      | 0   | 0            |       |        |            |             |                |
| <b>3.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |     |              |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 60           | 0 45    | 0 30       | 60       | 0 37,5     | 0   | 0            | 0     |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 130          | 26 22,5 | 26 45      | 130      | 26 18,75   | 70  | 25           | 41,25 |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 180          | 38 35   | 38 43      | 180      | 38 40      | 120 | 38           | 2,5   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 38 30        | 38 45   |            | 38 37,5  |            | 38  | 5            |       |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 26           | 27,5    | 26 25      | 26       | 26,25      | 25  | 53,75        |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 0            | 37,5    | 0 27,5     | 0        | 32,5       | 0   | 0            |       |        |            |             |                |
| <b>4.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |     |              |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 125          | 10 27,5 | 10 20      | 125      | 10 20      | 0   | 0            | 0     |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 195          | 36 7,5  | 36 7,5     | 195      | 36 7,5     | 70  | 25           | 47,5  |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 245          | 48 20   | 48 33      | 245      | 48 27,5    | 120 | 38           | 7,5   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 48 15        | 48 30   |            | 48 22,5  |            | 38  | 6,25         |       |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 36 10        | 36 45   |            | 36 42,5  |            | 25  | 56,25        |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 40           | 25      | 40 7,5     | 40 16,25 |            | 0   | 0            |       |        |            |             |                |
| <b>5.ª Serie.</b>   |              |         |            |          |            |     |              |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 190          | 3 30    | 3 22,5     | 190      | 3 26,25    | 0   | 0            | 0     |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 260          | 29 2,5  | 29 10      | 260      | 29 6,25    | 70  | 25           | 40    |        |            |             |                |
| Sobia. . . . .      | 310          | 41 20   | 41 30      | 310      | 41 23      | 120 | 37           | 58,75 |        |            |             |                |
| Idem. . . . .       | 41 15        | 41 32,5 |            | 41 23,75 |            | 38  | 4,25         |       |        |            |             |                |
| Peña Obiña. . . . . | 29           | 5       | 29 15      | 29 10    |            | 25  | 47,5         |       |        |            |             |                |
| Prado Redondo. . .  | 3            | 27,5    | 3 17,5     | 3 22,5   |            | 0   | 0            |       |        |            |             |                |

## SIGUE EL SEGUNDO COMPLEMENTO.—CÍRCULO IZQUIERDA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>º</sup> Nonius. | Promedios.   | Diferencias. | Horas.     | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------|--------------|------------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 10 2 15                  | 2 20                    | 10 2 17,5    | 0 0 0        |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 80 28 27,5               | 28 33                   | 80 28 31,25  | 70 26 13,75  |            |            |             |                |
| Sobia...                     | 130 40 35                | 40 40                   | 130 40 37,5  | 120 38 20    |            |            |             |                |
| Idem...                      | 40 37,5                  | 40 40                   | 40 38,75     | 38 5         |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 28 25                    | 28 30                   | 28 27,5      | 25 33,75     |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 2 30                     | 2 37,5                  | 2 33,75      | 0 0          |            |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 73 6 35                  | 6 40                    | 73 6 47,5    | 0 0 0        |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 143 32 45                | 32 47,5                 | 143 32 31,25 | 70 23 43,75  |            |            |             |                |
| Sobia...                     | 193 44 35                | 44 40                   | 193 44 47,5  | 120 38 0     |            |            |             |                |
| Idem...                      | 45 0                     | 44 42,5                 | 44 51,25     | 38 12,5      |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 32 45                    | 32 45                   | 32 30        | 25 51,25     |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 6 47,5                   | 6 30                    | 6 38,75      | 0 0          |            |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 140 10 20                | 10 0                    | 140 10 10    | 0 0 0        |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 210 36 12,5              | 36 0                    | 210 36 6,25  | 70 25 36,25  |            |            |             |                |
| Sobia...                     | 260 48 27,5              | 48 45                   | 260 48 21,25 | 120 30 11,25 |            |            |             |                |
| Idem...                      | 48 27,5                  | 48 45                   | 48 21,25     | 38 8,75      |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 36 15                    | 36 0                    | 36 7,5       | 25 55        |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 10 20                    | 10 3                    | 10 12,5      | 0 0          |            |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 204 34 42,5              | 34 5                    | 204 34 8,75  | 0 0 0        | 9 621 22,5 |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 273 20 10                | 20 0                    | 273 20 3     | 70 25 36,25  | 12 621 22  |            |             |                |
| Sobia...                     | 325 32 20                | 32 5                    | 325 32 12,5  | 120 38 3,75  |            |            |             |                |
| Idem...                      | 32 22,5                  | 33 40                   | 32 16,25     | 38 5         |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 20 10                    | 19 55                   | 20 2,5       | 25 31,25     |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 34 15                    | 34 7,5                  | 34 11,25     | 0 0          |            |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 270 15 35                | 15 30                   | 270 15 32,5  | 0 0 0        |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 340 41 42,5              | 41 25                   | 340 41 33,75 | 70 26 4,25   |            |            |             |                |
| Sobia...                     | 30 33 35                 | 33 35                   | 30 33 43     | 120 38 12,5  |            |            |             |                |
| Idem...                      | 33 52,5                  | 33 30                   | 33 41,25     | 38 3,75      |            |            |             |                |
| Peña Obiña...                | 41 42,5                  | 41 22,5                 | 41 32,5      | 25 55        |            |            |             |                |
| Prado Redondo...             | 15 40                    | 15 35                   | 15 37,5      | 0 0          |            |            |             |                |

## TERCER COMPLEMENTO Á LA ESTACION DEL GAMONAL.—CÍRCULO DERECHA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>º</sup> Nonius. | Promedios.   | Diferencias. | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------|--------------|--------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 334 45 25                | 45 30                   | 334 45 27,5  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 39 39 15                 | 39 20                   | 39 39 17,5   | 45 13 30     |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 166 13 45                | 14 0                    | 166 13 32,5  | 171 28 25    |        |            |             |                |
| Idem...                      | 13 30                    | 14 0                    | 13 33        | 28 21,25     |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 39 20                    | 39 30                   | 39 25        | 13 51,25     |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 43 30                    | 43 37,5                 | 43 33,75     | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 60 20 10                 | 20 3                    | 60 20 7,5    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 103 34 0                 | 33 37,5                 | 103 33 58,75 | 43 13 51,25  |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 231 48 15                | 48 30                   | 231 48 22,5  | 171 28 15    |        |            |             |                |
| Idem...                      | 48 15                    | 48 32,5                 | 48 23,75     | 28 18,75     |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 34 2,5                   | 34 0                    | 34 1,25      | 13 56,25     |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 20 3                     | 20 3                    | 20 3         | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 123 4 45                 | 4 55                    | 123 4 45     | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 170 18 35                | 18 45                   | 170 18 40    | 43 13 55     |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 296 32 35                | 33 17,5                 | 296 33 6,25  | 171 28 21,25 |        |            |             |                |
| Idem...                      | 32 47,5                  | 33 15                   | 33 1,25      | 28 18,75     |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 18 25                    | 18 35                   | 18 30        | 13 47,5      |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 4 40                     | 4 45                    | 4 42,5       | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 189 30 25                | 50 35                   | 189 30 30    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 235 4 15                 | 4 25                    | 235 4 20     | 43 13 30     |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 1 18 50                  | 18 57,5                 | 1 18 33,75   | 171 28 23,75 |        |            |             |                |
| Idem...                      | 18 45                    | 18 55                   | 18 30        | 28 22,5      |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 4 15                     | 4 30                    | 4 22,5       | 13 35        |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 50 25                    | 50 30                   | 50 27,5      | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                         |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis...                 | 235 4 55                 | 3 2,5                   | 235 4 58,75  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 300 18 40                | 18 53                   | 300 18 47,5  | 43 13 48,75  |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 66 33 15                 | 33 15                   | 66 33 13     | 171 28 16,25 |        |            |             |                |
| Idem...                      | 33 15                    | 33 15                   | 33 13        | 28 20        |        |            |             |                |
| Picacho...                   | 18 40                    | 18 57,5                 | 18 48,75     | 13 53,75     |        |            |             |                |
| Puerto Ventana...            | 4 50                     | 3 0                     | 4 35         | 0 0          |        |            |             |                |

## TERCER COMPLEMENTO AL GAMONAL.—CÍRCULO IZQUIERDA.

| OBJETOS.                     | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius | Promedios.   | Diferencias. | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|--------------|--------------|--------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                        |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 73 4 20                  | 4 20                   | 73 4 20      | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 120 18 3                 | 17 52,5                | 120 17 58,75 | 45 13 38,75  |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 246 32 40                | 32 15                  | 246 32 27,5  | 171 28 7,5   |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 32 37,5                  | 32 15                  | 32 26,25     | 28 11,25     |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 18 5                     | 17 52,5                | 17 58,75     | 13 43,75     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 4 15                     | 4 15                   | 4 15         | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                        |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 140 3 0                  | 2 50                   | 140 2 55     | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 185 16 45                | 16 40                  | 185 16 42,5  | 43 13 47,5   |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 311 31 20                | 31 7,5                 | 311 31 13,75 | 171 28 18,75 |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 31 17,5                  | 31 5                   | 31 11,25     | 28 26,25     |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 16 40                    | 16 37,5                | 16 38,75     | 13 53,75     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 2 50                     | 2 40                   | 2 43         | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                        |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 205 57 37,5              | 57 40                  | 205 57 38,75 | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 251 11 25                | 11 25                  | 251 11 25    | 45 13 46,25  |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 17 26 7,5                | 25 42,5                | 17 25 55     | 171 28 16,25 |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 26 0                     | 25 42,5                | 25 51,25     | 28 16,25     |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 11 25                    | 11 20                  | 11 22,5      | 13 47,5      |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 37 32,5                  | 37 37,5                | 37 35        | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>4.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                        |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 269 48 35                | 48 35                  | 269 48 35    | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 315 2 25                 | 2 25                   | 315 2 25     | 45 13 50     |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 81 17 0                  | 16 37,5                | 81 16 48,75  | 171 28 13,75 |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 17 0                     | 16 40                  | 16 50        | 28 13,75     |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 2 25                     | 2 25                   | 2 25         | 13 48,75     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 48 35                    | 48 37,25               | 48 36,25     | 0 0          |        |            |             |                |
| <b>5.<sup>a</sup> Serie.</b> |                          |                        |              |              |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 335 3 47,5               | 3 50                   | 335 3 48,75  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 20 17 40                 | 17 30                  | 20 17 35     | 45 13 46,25  |        |            |             |                |
| Puerto Ventana. . .          | 146 32 20                | 31 51                  | 146 32 7,5   | 171 28 18,75 |        |            |             |                |
| Idem. . . . .                | 32 20                    | 31 55                  | 32 7,5       | 28 13,75     |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .             | 17 47,5                  | 17 42,5                | 17 45        | 43 51,25     |        |            |             |                |
| Peña Avis. . . . .           | 3 52,5                   | 3 55                   | 3 53,75      | 0 0          |        |            |             |                |

## CUARTO COMPLEMENTO DEL GAMONAL.—CÍRCULO IZQUIERDA.

| OBJETOS.                         | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius | Promedios. | Diferencias. | Horas. | Barómetro. | Termómetro. | Observaciones. |
|----------------------------------|--------------------------|------------------------|------------|--------------|--------|------------|-------------|----------------|
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico Gamonal. . . . . | 273 26 15                | 26 3                   | 273 26 10  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 20 18 45                 | 18 40                  | 20 18 42,5 | 104 52 32,5  |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico. . . . .         | 330 17 45                | 17 45                  | 330 17 45  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 75 11 30                 | 11 30                  | 75 11 30   | 104 53 45    |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico. . . . .         | 119 24 45                | 24 45                  | 119 24 45  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 224 17 25                | 17 25                  | 224 17 25  | 104 52 40    |        |            |             |                |
| <b>CÍRCULO DERECHA.</b>          |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| <b>1.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico. . . . .         | 150 3 30                 | 3 30                   | 150 3 30   | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 257 40 40                | 40 40                  | 257 40 40  | 107 35 10    |        |            |             |                |
| <b>2.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico. . . . .         | 320 39 30                | 39 30                  | 320 39 30  | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 68 14 10                 | 14 10                  | 68 14 10   | 107 34 40    |        |            |             |                |
| <b>3.<sup>a</sup> Serie.</b>     |                          |                        |            |              |        |            |             |                |
| Pilar Geodésico. . . . .         | 267 7 10                 | 7 10                   | 267 7 10   | 0 0 0        |        |            |             |                |
| Picacho. . . . .                 | 14 41 20                 | 41 20                  | 14 41 20   | 107 34 10    |        |            |             |                |

## ESTACIÓN DEL GAMONAL.—PROMEDIOS DE LAS DIFERENCIAS.

| Peña Avis. |   | Grandola de Oviedo. | Peña Mayor. | Picacho. | Puerto Ventana. | Peña Mayor. | Rauero.    | Sobia. | Oral.      | Prado Reion. | Peña Obiñado. | Sobia. |
|------------|---|---------------------|-------------|----------|-----------------|-------------|------------|--------|------------|--------------|---------------|--------|
| 9          | 9 | 27,5                | 31          | 33,73    | 13,30           | 28          | 25         | 36     | 10         | 26           | 40            | 2,50   |
| 9          | 9 | 27,5                | 37          | 52,50    | 13,31,25        | 28          | 21,25      | 35     | 38,75      | 26           | 2,50          | 6,25   |
| 9          | 9 | 30                  | 37          | 48,75    | 13,31,25        | 28          | 15         | 35     | 38,75      | 25           | 57,50         | 35     |
| 9          | 9 | 28,75               | 37          | 67,50    | 13,36,25        | 28          | 18,25      | 35     | 52,50      | 25           | 55            | 3,75   |
| 9          | 9 | 21,25               | 37          | 77,50    | 13,35           | 28          | 21,25      | 35     | 52,50      | 25           | 41,25         | 38,25  |
| 9          | 9 | 25                  | 37          | 52,50    | 13,35           | 28          | 14,25      | 35     | 18,75      | 25           | 53,75         | 38     |
| 9          | 9 | 10                  | 37          | 42,50    | 13,30           | 28          | 23,25      | 35     | 57,50      | 25           | 47,50         | 38     |
| 9          | 9 | 16,25               | 37          | 42,50    | 13,35           | 28          | 22,50      | 35     | 33,75      | 25           | 36,25         | 38,25  |
| 9          | 9 | 20                  | 37          | 47,50    | 13,48,75        | 28          | 16,25      | 35     | 43,75      | 25           | 52,50         | 35     |
| 9          | 9 | 25                  | 37          | 30       | 13,33,75        | 28          | 20         | 35     | 58,75      | 25           | 46,25         | 38,75  |
| 9          | 9 | 39                  | 37          | 57,50    | 37              | 13,38,75    | 28         | 7,50   | 35         | 51,25        | 25            | 47,50  |
| 9          | 9 | 59                  | 36          | 57,50    | 13,43,75        | 28          | 11,25      | 35     | 63,75      | 25           | 43,75         | 38     |
| 9          | 9 | 59                  | 36          | 52,50    | 13,47,50        | 28          | 18,75      | 35     | 48,75      | 25           | 53,75         | 38     |
| 9          | 9 | 59                  | 36          | 57,50    | 13,33,75        | 28          | 26,25      | 35     | 52,50      | 25           | 43,75         | 38     |
| 9          | 9 | 5                   | 37          | 5        | 13,46,25        | 28          | 16,25      | 35     | 57,50      | 25           | 51,25         | 12,50  |
| 9          | 9 | 5                   | 37          | 5        | 13,47,50        | 28          | 16,25      | 35     | 57,50      | 25           | 56,25         | 42,25  |
| 9          | 9 | 59                  | 37          | 57,50    | 13,57,50        | 28          | 16,25      | 35     | 52,50      | 25           | 56,25         | 38     |
| 9          | 9 | 59                  | 37          | 57,50    | 13,57,50        | 28          | 13,75      | 35     | 56,25      | 25           | 56,25         | 38     |
| 9          | 9 | 59                  | 37          | 57,50    | 13,48,75        | 28          | 13,75      | 35     | 56,25      | 25           | 51            | 38     |
| 9          | 9 | 59                  | 37          | 56,25    | 10              | 13,46,25    | 28         | 18,75  | 35         | 52,50        | 26            | 4,25   |
| 9          | 9 | 59                  | 37          | 56,25    | 13,37           | 28          | 13,75      | 35     | 59         | 25           | 3,75          | 3,75   |
| 9          | 9 | 119,2               | 10,43       | 688,75   | 37              | 260,99,50   | 360,338,75 | 36     | 446,171,25 | 26           | 443,75        | 231,25 |
| 9          | 9 | 0                   | 10,43       | 37       | 25,12           | 13,49,62    | 28         | 47,93  | 58         | 56,56        | 23            | 56,50  |

Angulo Picacho, vértice pilar teológico

| Pilar<br>Geodí-<br>stico | Picaelio. | 32,50 |
|--------------------------|-----------|-------|
| "                        | 107       | 52    |
| "                        | 107       | 53    |
| "                        | 107       | 53    |
| "                        | 107       | 52    |
| "                        | 107       | 55    |
| "                        | 107       | 50    |
| "                        | 107       | 54    |
| "                        | 107       | 40    |
| "                        | 633       | 260   |
| "                        | 106       | 13    |

## ANGULOS

| Picacho.         |     |    |  |       |
|------------------|-----|----|--|-------|
| Vértice Gamonal. | 106 | 13 |  | 49,38 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Peña Avis.       |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 60  | 39 |  | 59,96 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Ranero.          |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 166 | 36 |  | 21,64 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Oral.            |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 26  | 46 |  | 26,24 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Sobia.           |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 277 | 1  |  | 21,58 |
| Pilar.           |     |    |  |       |
| Obiña.           |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 133 | 10 |  | 49,55 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Grandota.        |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 90  | 0  |  | 40,39 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |
| Peña Mayor.      |     |    |  |       |
| Vértice Gamonal. | 125 | 37 |  | 25,08 |
| Pilar Geodésico. |     |    |  |       |

Concluidas las series de los ángulos azimutales, se median las distancias zenitales, procurando hacer siempre la operación á medio dia con objeto de disminuir y hacer, lo más igual posible, el error de refraccion. No se hacian las observaciones por horizontes, sino separadamente las de cada uno de los puntos, á fin de tener constantemente la vista fija en el nivel de comprobacion que nos indicaba las que debian ó no desecharse. El punto de mira era siempre la arista superior de los pilares que se colocaban en medio de los dos hilos horizontales del reticulo, siendo esta punteria bastante dificil en días de gran calor. La atmósfera, cargada entonces de vapores, ofrecia una vibracion extraordinaria, y las imágenes de los pilares sufrian la consiguiente deformacion.

Se hacian tres series y se leian solamente dos nonius, resultando seis lecturas y tres

promedios con limbo zenital á la derecha, y otros tantos con el mismo limbo á la izquierda.

En cada serie se hacia girar el limbo fijo  $420^\circ$ , y así se leian los ángulos en todas las divisiones del círculo. Se sacaba la distancia zenithal de cada una de las series por medio de la expresión

$$Z = \frac{0}{360^\circ} + \frac{\text{derecha} - \text{izquierda}}{2} \pm \text{corrección del nivel.}$$

De las tres distancias se sacaba un promedio final definitivo, y el ángulo resultante servía para el cálculo de las alturas.

Se llevaba el siguiente cuaderno de operaciones.

Por lo demás, y para que se vea la marcha del nivel y las diferencias de las punterías que, en las distancias zenitales, son siempre mucho mayores que en los ángulos azimutales, copiamos la siguiente:

## ESTACION DEL GAMONAL.

| Nivel. | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius. | Promedios. | OBSER-<br>VACIONES. | Vértices vi-<br>sados. | Barómetro. | Termome-<br>tro. | Horas.          |
|--------|--------------------------|-------------------------|------------|---------------------|------------------------|------------|------------------|-----------------|
| 15     | 34,5                     | 147                     | 43 45      | 43 35               | 147                    | 43 40      |                  |                 |
| 13     | 32                       | 341                     | 48 25      | 48 35               | 341                    | 48 30      |                  |                 |
| 11     | 30                       | 82                      | 17 30      | 17 30               | 82                     | 17 30      |                  |                 |
| 13     | 32                       | 248                     | 12 52,50   | 42 40               | 248                    | 12 46,25   |                  |                 |
| 17     | 36                       | 354                     | 25 20      | 25 30               | 354                    | 25 25      |                  |                 |
| 15     | 34                       | 188                     | 30 12,50   | 30 5                | 188                    | 30 8,75    |                  |                 |
| 14     | 30,50                    | 151                     | 8 50       | 8 45                | 151                    | 8 47,50    |                  |                 |
| 13     | 30                       | 338                     | 23 10      | 23 15               | 338                    | 23 12,50   |                  |                 |
| 12     | 31                       | 78                      | 52 23      | 52 20               | 78                     | 52 22,50   |                  |                 |
| 12     | 31                       | 251                     | 38 0       | 37 45               | 251                    | 37 52,50   |                  |                 |
| 14     | 33                       | 357                     | 50 30      | 50 40               | 357                    | 50 35      |                  |                 |
| 18     | 37                       | 185                     | 5 0        | 4 50                | 185                    | 4 55       |                  |                 |
| 14     | 34                       | 149                     | 57 30      | 57 20               | 149                    | 57 25      |                  |                 |
| 14     | 31                       | 339                     | 34 35      | 34 45               | 339                    | 34 40      |                  |                 |
| 12     | 31                       | 80                      | 3 45       | 3 50                | 80                     | 3 47,50    |                  |                 |
| 11     | 30                       | 250                     | 26 40      | 26 30               | 250                    | 26 35      |                  |                 |
| 13     | 32                       | 356                     | 39 45      | 39 25               | 356                    | 39 20      |                  |                 |
| 19     | 38                       | 186                     | 16 20      | 16 20               | 186                    | 16 20      |                  |                 |
| 15     | 32                       | 152                     | 46 20      | 46 45               | 152                    | 46 47,50   |                  |                 |
| 15     | 32                       | 336                     | 45 45      | 45 35               | 336                    | 45 50      |                  |                 |
| 12     | 31                       | 77                      | 15 0       | 15 0                | 77                     | 15 0       |                  |                 |
| 14     | 30                       | 253                     | 45 45      | 45 5                | 253                    | 45 10      |                  |                 |
| 13     | 32                       | 359                     | 27 40      | 27 55               | 359                    | 27 47,50   |                  |                 |
| 20     | 39                       | 183                     | 28 0       | 27 45               | 183                    | 27 52,50   |                  |                 |
| 13     | 30                       | 152                     | 30 45      | 30 35               | 152                    | 30 40      |                  |                 |
| 13     | 30                       | 337                     | 1 30       | 4 30                | 337                    | 4 30       |                  |                 |
| 10     | 29                       | 77                      | 30 25      | 30 30               | 77                     | 30 27,50   |                  |                 |
| 14     | 30                       | 253                     | 0 7,50     | 0 0                 | 253                    | 0 3,75     |                  |                 |
| 15     | 34                       | 359                     | 42 35      | 12 45               | 359                    | 12 40      |                  |                 |
| 15     | 34                       | 183                     | 43 17,50   | 43 5                | 183                    | 43 11,25   |                  |                 |
| 12,50  | 33                       | 182                     | 25 35      | 25 20               | 182                    | 25 27,50   |                  |                 |
| 14     | 31,50                    | 0                       | 29 35      | 30 0                | 0                      | 29 57,50   |                  |                 |
| 13     | 33,50                    | 108                     | 52 35      | 52 45               | 108                    | 52 40      |                  |                 |
| 15     | 35,50                    | 290                     | 48 0       | 47 50               | 290                    | 47 55      |                  |                 |
| 15,50  | 34                       | 20                      | 47 45      | 47 30               | 20                     | 47 47,50   |                  |                 |
| 14,50  | 30                       | 198                     | 52 20      | 52 15               | 198                    | 52 17,50   |                  |                 |
|        |                          |                         |            |                     |                        |            | 618,5            | 27 42 del dia 7 |

## SIGUE EL GAMONAL.

V.

| Nivel.      | 1. <sup>er</sup> Nonius. | 2. <sup>o</sup> Nonius. | Promedios.   | ORSER-<br>VACIONES. | Vértices visados. | Límbo zenithal. | Barómetro. | Termóme-<br>tro. | Horas. |
|-------------|--------------------------|-------------------------|--------------|---------------------|-------------------|-----------------|------------|------------------|--------|
| 14,50 33,50 | 111 36 42,50             | 36 55                   | 111 36 48,75 | Dudosa.             |                   | I               |            |                  |        |
| 15,50 34,50 | 288 4 3                  | 3 47,50                 | 288 3 36,25  |                     | Peña Obiñá.       | D               |            |                  |        |
| 17 36       | 31 57 0                  | 57 5                    | 31 51 2,50   |                     |                   | D               |            |                  |        |
| 16 35       | 215 30 5                 | 3 0                     | 215 30 2,50  |                     |                   | I               |            |                  |        |
| 15 34       | 324 11 45                | 11 40                   | 324 11 42,50 |                     |                   | I               |            |                  |        |
| 16 35       | 140 38 45                | 38 50                   | 140 38 47,50 |                     |                   | D               |            |                  |        |
| 5,50 26     | 141 26 5                 | 26 0                    | 141 26 2,50  |                     | Puerto Venecia.   | D               |            |                  |        |
| 5 26        | 323 24 30                | 24 25                   | 323 24 27,50 |                     |                   | I               |            |                  |        |
| 20 40       | 81 12 40                 | 12 35                   | 81 12 37,50  |                     |                   | I               |            |                  |        |
| 21 41       | 259 14 25                | 14 20                   | 259 14 22,50 |                     |                   | D               |            |                  |        |
| 8 28        | 14 15 0                  | 15 15                   | 14 15 7,50   |                     |                   | D               |            |                  |        |
| 8 28        | 196 13 30                | 13 15                   | 196 13 22,50 |                     |                   | I 619,8 48      | Dia 10     |                  |        |

El barómetro y termómetro se observaban tres veces al dia, y á las mismas horas en que se hacian iguales observaciones en la estacion de referencia de Oviedo. Se procuraba, ademas, para mayor garantía de exactitud, observar en aquellos dias en que la uniformidad en el estado de la atmósfera hacia creer, fundadamente, que eran iguales ó muy parecidas las condiciones de la columna de aire que pesaba sobre Oviedo, y la que ejercia su accion en el punto en que se operaba, pues solo en tales circunstancias puede ofrecer confianza el cálculo barométrico.

Cuando la estacion era la de un vértice de primer orden de estadística, se tomaban los datos para la reducción al centro, midiendo con mucho cuidado, con la cinta, dos tangentes desde el centro del pilar á la circunferencia del primer cuerpo de la torre, y tambien la más corta distancia y la circunferencia mencionada, tomando ademas el ángulo de la torre con cualquiera de los pilares de la serie.

Concluiase el trabajo tomando un ejemplar de las rocas que constituyan el terreno, y con la brújula de geólogo se determinaban sus condiciones de yacimiento, apuntándose los datos en los cuadernos; y por fin, se relacionaba el centro de los pilares á objetos fijos ó á estacas clavadas en el terreno.

## Cálculo de los triángulos.

La marcha seguida en el cálculo de los triángulos, ha sido la siguiente:

1.<sup>o</sup> Comprobar en cada horizonte los veinte promedios de las veinte punterías azimutales: sacar en seguida las veinte diferencias respecto á la visual de origen correspondientes á cada punto visado, tomando un promedio final; y por último, combinar estos promedios dos á dos por vía de sustracción para obtener los ángulos.

2.<sup>o</sup> Estudiar las causas de error en las observaciones, para deducir el límite admisible en la diferencia á 180° de la suma de los tres ángulos de cada triángulo.

3.<sup>o</sup> Reducir al centro de estacion los puntos en que era indispensable.

4.<sup>o</sup> Cálculo definitivo haciendo uso de la fórmula de los senos.

La primera operación era muy sencilla: reduciase á formar un estado en hoja separada, la cual se añadía á cada una de las estaciones después de copiada en limpio.

El siguiente estado se refiere á la estacion de

## PEÑA BLANCA.—PROMEDIOS DE DIFERENCIAS.

| Faro de Avilés.             | Faidiello.                    | Mafalla.                 | Pradera del Buscon.        | Cabo de Peñas. |  |  |
|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------|--|--|
| 0                           | 38                            | 33,75                    | 48                         | 52,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 42,50                    | 48                         | 58,75          |  |  |
| 0                           | 58                            | 37,50                    | 48                         | 51,25          |  |  |
| 0                           | 58                            | 37,50                    | 48                         | 47,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 23,00                    | 48                         | 37,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 37,50                    | 48                         | 57,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 36,25                    | 48                         | 56,25          |  |  |
| 0                           | 58                            | 32,50                    | 48                         | 47,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 41,25                    | 48                         | 43,00          |  |  |
| 0                           | 58                            | 33,00                    | 48                         | 50,00          |  |  |
| 0                           | 59                            | 5,00                     | 49                         | 10,00          |  |  |
| 0                           | 58                            | 50,00                    | 48                         | 56,25          |  |  |
| 0                           | 58                            | 46,25                    | 49                         | 3,75           |  |  |
| 0                           | 58                            | 38,75                    | 48                         | 51,25          |  |  |
| 0                           | 58                            | 53,00                    | 49                         | 3,75           |  |  |
| 0                           | 58                            | 57,50                    | 49                         | 3,75           |  |  |
| 0                           | 58                            | 48,75                    | 48                         | 56,25          |  |  |
| 0                           | 58                            | 38,75                    | 48                         | 48,75          |  |  |
| 0                           | 58                            | 45,00                    | 48                         | 57,50          |  |  |
| 0                           | 58                            | 40,00                    | 48                         | 53,75          |  |  |
| 0                           | 4160                          | 783,75                   | 964                        | 848,75         |  |  |
| 0                           | 58                            | 39,48                    | 48                         | 54,43          |  |  |
| <hr/>                       |                               |                          |                            |                |  |  |
| VISUALES.                   | Promedios de las diferencias. | NOMBRES DE LOS VÉRTICES. | Ángulos de los triángulos. |                |  |  |
| Faro de Aviles. . . . .     | 0 0 0                         | Faro de Avilés. . . . .  |                            |                |  |  |
| Faidiello. . . . .          | 68 38 39,48                   | Peña Blanca. . . . .     | 68 58 39,48                |                |  |  |
| Mafalla. . . . .            | 95 48 54,43                   | Faidiello. . . . .       |                            |                |  |  |
| Pradera del Buscon. . . . . | 4 42 4,43                     | Faro de Avilés. . . . .  |                            |                |  |  |
| Cabo de Peñas. . . . .      | 340 24 47,51                  | Peña Blanca. . . . .     | 95 48 54,43                |                |  |  |
| <hr/>                       |                               |                          |                            |                |  |  |
|                             |                               |                          |                            |                |  |  |

Ya al describir el teodolito hemos examinado la mayor parte de las causas de error independientes de la voluntad del observador: hemos visto que las faltas en la division del limbo y la escentricidad del eje de rotacion, se desvanecen, en lo posible, con la reiteracion: la escentricidad del anteojos, con las observaciones repetidas á derecha é izquierda: el error de punteria, en todo lo que no proceda de incertidumbre en el punto visado, con la multiplicidad de series en las cuales es muy probable que si una vez se cometan errores en un sentido, se compensen otras veces en sentido contrario. El de lectura se evita mucho con los punteros de que van provistos los microscopios, y en todo caso, con las cuarenta lecturas es muy probable que se compense en parte.

Los vientos muy fuertes que, con alguna frecuencia, se hacen sentir en los puntos elevados, pueden ser tambien causa de errores de alguna importancia. Libre en esas alturas de todo obstáculo que amortigüe su velocidad, azota con gran fuerza el instrumento, produciendo cierta vibracion, acompañada de un silbido originado por el choque contra los diafragmas de los microscopios, y no teniendo práctica en observar, las series que entonces se obtienen son desiguales; pero habiendo hecho sobre este caso varias experiencias, se ha podido comprobar que el error depende casi siempre de la mala punteria, sin duda efecto de la incomodidad con que el observador trabaja. En efecto: se ha reconocido que los tornillos de presion son bastante fuertes para mantener los discos en su posicion, y el peso del aparato bastante grande para evitar todo movimiento.

Hay tambien otro error grave que puede ser ocasionado por un cambio en la posicion del eje óptico del anteojos á consecuencia de algun movimiento, á veces necesario, del reticulo, ó de algun giro del objetivo al rededor de su collar, que variaria la situacion de su centro óptico, si este no fuese al mismo tiempo el centro de figura. Ninguno de estos casos ha ocurrido en nuestras operaciones.

En primer lugar la distancia de los puntos visados, nos dà la seguridad de que la posicion del reticulo era la misma para todas las visuales; y en cuanto al giro del objetivo en su collar, si bien podia

temerse que sucediese alguna vez por los fuertes choques que sufría el aparato al ser trasportado por sitios tan escabrosos, se puede asegurar que esto no ha ocurrido nunca, pues la lente se halla introducida con tan fuerte rozamiento en su collar, que ha permanecido fija e invariable, resistiendo el servicio de todas las campañas; y la rosca, que solo en algún caso se ha destornillado con objeto de limpiar el objetivo, es de gran filete y ha permanecido inmóvil en todas las estaciones. Por lo demás, para que este último movimiento ejerciese su influencia perjudicial en los resultados, era preciso que se verificase en el curso de una observación, y esto puede considerarse imposible, atendidas las condiciones del instrumento.

Hay, por último, la corrección de fase, cuyo error es susceptible de someterse al cálculo; mas si casi siempre es despreciable y se envuelve y confunde con el error de puntería, aun tratándose de grandes señales, con tanta mayor razón se ha dejado de tener en cuenta en nuestros trabajos. Por de pronto, y rigorosamente hablando, los heliotropos carecen de fase, y los puntos visados con su ayuda, ninguna corrección necesitan. Los pilares, por sus escasísimas dimensiones, pues solo tienen 0,40 m de largo, no dan corrección alguna aplicando la fórmula; y las grandes señales de Estadística están construidas de manera que la visual puede dirigirse a un palo pintado de negro, de 0,20 m de diámetro, clavado verticalmente en el centro del vértice y rodeado por un macizo de mampostería.

Recorridas ya todas las principales causas de error (pues la de reducción al centro de estación la juzgamos operación necesaria), y analizada su importancia en el valor de los ángulos, restan solo fijar el límite de error, que consideramos prudente admitir, para que cierren debidamente los triángulos.

Por lo que acabamos de exponer, se puede admitir que, contando con un buen teodolito, la puntería y la lectura son siempre, en último resultado, las causas más poderosas de inexactitud; y después de varias experiencias y tanteos, hemos supuesto para cada visual un error máximo de media división del nonius; de manera que, en cada ángulo, se ha admitido como límite, el de una división

completa del nonius, ó sean 5''. Mas pudiendo suceder que se cometa, casualmente, en el mismo sentido en los tres ángulos de un triángulo, hemos convenido en que la diferencia mayor admisible de su suma a 180° sea de 45''.

Aplicando la fórmula más sencilla para hallar el exceso esférico, que es  $E = \frac{b \cdot c \cdot \operatorname{sen} A}{2r^2 \cdot \operatorname{sen} 1''}$ , se obtiene en la mayoría de nuestros triángulos un valor de cerca de medio segundo; y en algunos de la cordillera, cuyos lados son bastante mayores, llega a alcanzar la cifra de 0,90: por consiguiente, si en algún triángulo se encontrara algo más de 15'' de exceso, estaríamos todavía dentro de los límites admitidos.

La práctica nos ha demostrado que, fuera de algún caso excepcional, las observaciones nunca han producido errores tan notables, y casi todos los triángulos cierran fluctuando entre 4'' y 10'' en exceso ó en defecto: únicamente hay cinco en que la diferencia de la suma de sus ángulos a 180° ha resultado ser de 0,50 a 1,50 mayor, en exceso ó en defecto, que el límite admitido; y otros cuatro en que esta diferencia ha alcanzado a 22 y 24 segundos; pero ninguna influencia ha podido ejercer esto en los resultados, porque los vértices de esos triángulos pertenecen, al mismo tiempo, a otros varios que cierran dentro de las condiciones exigidas, y que determinan con la mayor exactitud posible la posición de todos esos puntos. Por esta razón no se ha tratado de enmendar estos pequeños defectos, pues el intentarlo siquiera habría sido tarea demasiado larga y costosa, que no justificaria la poca ó ninguna utilidad práctica de este trabajo.

La reducción al centro se ha hecho en todas las ocasiones de la misma manera, porque las señales de estadística tenían todas la misma forma: las constituyen tres cuerpos cilíndricos de mampostería, como indica la figura 9., y en su centro sobresale un palo vertical pintado de negro.

Desde el centro del pilar, se median con gran cuidado las dos tangentes  $VA$ ,  $VB$  y la más corta distancia  $VD$  (fig. 10.). Además se media la longitud de la circunferencia y los ángulos  $x$  e  $y$ . Por la

expresión  $\overline{VB^2} = \overline{VM} \times \overline{VD}$ , se sacaba el valor de  $\overline{VM} = \frac{\overline{VB^2}}{\overline{VD}}$ .

Descomponiendo  $\overline{VM}$  en dos partes  $\overline{VD} + \overline{DM} = \overline{VD} + 2r$ , y sustituyéndolo, se sacaba el valor de  $r$ , que agregado al de  $\overline{VD}$  medido directamente, nos daba la distancia al centro. El valor de  $r$  obtenido de esta manera, se comprobaba por el deducido de  $2\pi r$ , y si había conformidad se daba por buena la medida, rectificando en caso contrario. También se comprobaba el valor de  $\overline{VO}$  hallado según acabamos de indicar, comparándolo con el dado por la resolución del triángulo  $VBO$ .

Se tenia tanto cuidado en determinar esta distancia, porque su valor influye mucho en la fórmula de reducción. Esta se obtenia desde luego en segundos, multiplicando los dos términos de su fórmula por la relación  $\frac{1}{\operatorname{sen} 1''}$ .

El siguiente cálculo es un ejemplo de una reducción al centro en el pilar de Peña Mayor.

### Reducción del ángulo Vara, Peña Mayor, Peña Mea (fig. 11.<sup>a</sup>).

## DATOS.

|   |                 |
|---|-----------------|
| Angulo observado. . . . .                         | 55°—25'—12,"81  |
| Distancia <i>ep</i> deducida del cálculo. . . . . | 4, m 12         |
| A. Vara, Vértice, Pilar. . . . .                  | 155°—46'—56,"45 |
| Ang., Peña Mea, Vértice, Pilar. . . . .           | 491°—11'—49,"24 |

## TRIÁNGULO PRELIMINAR

Haciendo análogas operaciones, resolveríamos otro triángulo preliminar para hallar el valor de  $\epsilon$  que es igual á 15",,58.

La reducción del ángulo se obtiene ahora restándole la suma de los ángulos  $\alpha + \epsilon = 51,49$ . Así será

$$55^{\circ} - 24' - 21",,62.$$

Sumando ahora este ángulo corregido con los otros dos de su triángulo correspondiente definitivo, se ve que este cierra con la diferencia, en defecto, de 1",,88; lo cual demuestra la bondad de las observaciones.

Los triángulos se calcularon considerándolos como rectilineos conforme al teorema de Legendre, y restando á cada uno de sus ángulos la tercera parte del exceso á 180°, en cuyo sustraendo iba tambien envuelta la tercera parte del exceso esférico. Pero algunos triángulos cerraban con varios segundos en defecto, y en tal situación, ¿era conveniente restarles de antemano el exceso esférico?

Ya hemos dicho que este exceso era, en la mayoría de los casos, de treinta á cuarenta centésimas de segundo, y su tercera parte nunca alteraba más que la séptima cifra decimal de los logaritmos de los senos, y aún esto tenía lugar en muy pocas unidades. Era por lo tanto inútil complicar de tal manera los cálculos, y cuando nos ocurrían tales casos, se agregaba simplemente á cada uno de los ángulos la tercera parte del defecto para completar los 180°.

Por las consideraciones que preceden y del sistema de cálculo seguido, se infiere que en todos los triángulos fueron medidos directamente los tres ángulos. Hay, sin embargo, una excepción respecto á un caso ocurrido en el vértice de Peña Obiña, límite de la triangulación por el SO. que está colocado en la cúspide de una altísima peña caliza de muy difícil acceso, ya en la divisoria que separa esta provincia de la de León.

Para llegar á este punto era preciso salvar una profunda sima, donde solo existía para pasar una estrechísima senda, y se corría el grave riesgo de despeñarse, habiendo sido necesario para llevar allí el teodolito, destornillarlo y entregar á cada uno de los peones una

de sus piezas, que ataban á la espalda para verificar el transporte.

Montado de nuevo el instrumento, se practicaron las observaciones, notando, desde luego, que no había seguridad en las visuales de Ranero y Compañones. Cuando más tarde se hizo la estación de Ranero, se vió perfectamente un pilar en Peña Obiña; pero sumando los tres ángulos del triángulo Ranero, Obiña y Compañones, se obtuvo un resultado absurdo. Este pilar, por otra parte, parecía situado en una región de la peña, distinta de la que ocupaba el que se había elegido para vértice, y habiendo estudiado detenidamente el caso, se vió que, en efecto, había allí dos pilares; uno mandado construir por la brigada de reconocimiento de la Comisión de Estadística, que era el que nosotros habíamos utilizado como vértice, y otro formado con piedras amontonadas; levantado, sin duda, para servirles de pueril entretenimiento, por algunos cazadores.

La configuración particular de la peña, hace que desde el Gamonal y la Sobia se vea solamente el primer pilar, no viéndose más que el segundo desde Ranero y Compañones; resultando de aquí que hay dos triángulos que tienen cada uno un vértice en Peña Obiña, pero que no concurren en un mismo punto, y de los cuales uno tiene medidos sus tres ángulos y el otro solo dos.

La circunstancia que más arriba hemos indicado respecto á la dificultad que ofrece el acceso á este vértice, así como el ser este punto uno de los extremos, nos ha movido á dejar en tal estado este pequeño defecto, mientras no sea necesario extender la red geodésica hacia la provincia de León; seguros, por otra parte, que aunque aquí resultase algún pequeño error, ninguna influencia ejercería en lo restante de los trabajos.

Los triángulos se resolvieron por la sencillísima fórmula  $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B}$ ,  $\frac{b}{c} = \frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} C}$ . Siguiendo en el cálculo el método que se indica en el adjunto ejemplo.

|  |             |                          |  |
|--|-------------|--------------------------|--|
| $61^{\circ} - 8' - 42'',18$<br>— 3,21          | 8,97<br>116 | Sando.                   | 3.9226061<br>9.9423883<br>13.8649944<br>9.9155996<br>3.9493948 = log. 8.900,10 |
| $63^{\circ} - 26' - 26'',25$<br>3,22           | 303<br>105  | exciso = 9,65<br>Hervia. | 3.9226061<br>9.9515631<br>13.8741692<br>9.9155996<br>3.9585696 = log. 9.090,12 |
| $55^{\circ} - 25' - 31'',22$<br>— 3,22         | 146<br>800  | Yesona.                  | 3.9226061 = log. 8.367,70  |
| $55^{\circ} - 25' - 28,00$<br>9.9155879<br>417 | 416,800     |                          |  |

Según en él se vé, los nombres de los vértices siempre tienen frente, á la izquierda, los ángulos correspondientes, las operaciones practicadas para corregirlos, y los logaritmos de sus senos; y á su derecha los valores de sus lados opuestos, con las operaciones verificadas para obtenerlos.

Este sistema, ademas de su mucha claridad, ofrece la ventaja de poder comprobar cuando se quiera todos los cálculos efectuados. Se observará ademas, que en lugar de emplear los complementos de los logaritmos, hemos preferido siempre verificar directamente las restas para evitar equivocaciones.

Como en todos los triángulos, excepto en los de la base, teníamos un exceso de datos, veníanse á obtener para cada lado, según la marcha de los cálculos, fuera una ú otra, dos ó más valores, á la verdad siempre muy aproximados, puesto que sus logaritmos se diferenciaban en la sexta cifra decimal, y rara vez se observaba su diferencia en la quinta. Se tomaba como valor definitivo aquel que provenía de una solución más cercana á la base, y que constase, al propio tiempo, con mejores datos en la red de triángulos desarrollada.

Cuando había dos soluciones igualmente cercanas á la base y con datos de igual confianza, se tomaba su promedio.

Así se resolvieron todos los triángulos, incluso los de enlace, con los grandes lados de la carta de España, con la diferencia de que en estos últimos se calculó el exceso esférico, para poder en su día comparar, con mayor copia de datos, los resultados obtenidos.

## VI.

### Diferencias de nivel.

El cálculo de las diferencias de nivel, se hizo trigonométricamente, habiéndose calculado también algunas alturas barométricas.

El cálculo trigonométrico se reducía á rectificar las distancias zenitales según las indicaciones del nivel, y á hallar un promedio de las tres observaciones practicadas, que era el ángulo definitivo del cálculo. En seguida entraba la corrección debida á la reducción al punto de mira. Esta corrección tiene por expresión en segundos  $\alpha = \frac{dh \operatorname{sen.} \Delta}{K \operatorname{sen.} \gamma''}$ , en la cual  $\alpha$  expresa el ángulo de corrección, tomando en lugar del seno, á causa de ser sumamente pequeño;  $dh$ , la altura encima ó debajo de la señal;  $\Delta$ , la distancia zenital, y  $K$ , el lado geodésico.

Veamos la importancia que esta corrección tiene para nuestros cálculos, resolviendo ante todo un caso práctico que casi siempre ha ocurrido en nuestras observaciones.

$$\text{Sea } dh = 0^m, 50$$

$$\Delta = 39^{\circ} - 25' - 50''$$

$$K = 14.000^m, \text{ y tendremos:}$$

$$\alpha = \frac{0^m,30 \operatorname{sen.} (89^{\circ} - 25' - 30'')}{14.000 \operatorname{sen.} \gamma''} = 4'',42$$

Con la constante altura de nuestros pilares,  $dh$  es siempre igual

á la altura del teodolito, medida desde el eje del anteojos, puesto que, segun hemos dicho, se visaba á la cara superior. Resulta, pues, que los ángulos observados son siempre mayores que los verdaderos; y cuando los lados son de 14.000<sup>m</sup>, hay que restar á las distancias zenitales 4', 42, siendo mayor este sustraendo cuanto menor sea el valor de  $K$ . Pero usando la fórmula de las distancias reciprocas, este error desaparece, porque afectando á ambas de igual manera, equivale á restar una misma cantidad del minuendo y sustraendo, con lo cual la resta no se altera. Solo se tuvo, por lo tanto, en cuenta esta corrección, en los pocos casos en que los cálculos se hacían con una sola distancia zenital, y entonces reduciase á restar ó agregar al resultado, la altura del instrumento, porque así lo permitía la fórmula empleada.

Para las distancias zenitales reciprocas, se hizo uso de la expresión siguiente:  $dN = K \tan. \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta) \sec. \frac{\theta}{2}$ , en la cual  $K$  representa el lado geodésico,  $\Delta'$  y  $\Delta$  las distancias zenitales, y  $\theta$  el ángulo al centro correspondiente al arco terrestre comprendido por  $K$ . Pero el valor de  $\frac{\theta}{2}$  es muy pequeño, sobre todo en la hipótesis de ser  $K = 14.000^m$ .

En efecto, no llega á ser de 4'; y su secante, en tal caso, es con muy corta diferencia, igual al radio, y equivale á la unidad sin error sensible, como puede verse en la expresión, secante  $4' = \frac{R^2}{\cos. 4'} = 20,00000 - 19,999994 = 0,000006$ .

Descartado este factor queda la fórmula más sencilla,  $dN = K \tan. \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta)$ .

Si proseguimos ahora en su examen, veremos que nos queda por averiguar la influencia que puede tener en los resultados el empleo del valor  $K$ , que es el del lado geodésico reducido al nivel del mar, en lugar del valor de la cuerda del arco terrestre que pasa por uno de los puntos. La corrección á que esto puede dar lugar, es de todo punto insignificante, cuando no se opera á grandes alturas sobre el nivel del mar, y no pasa de 16,000<sup>m</sup> el lado  $K$ : es siempre aditiva atendidas las circunstancias en que se aplica, pues el lado geodésico calculado es, en esos casos, más pequeño que el verdadero valor

de  $K$ ; y se determina hallando la cantidad que haya de agregarse al logaritmo del lado, para que dé el logaritmo de la cuerda.

El siguiente ejemplo, muy semejante á alguno de los que han ocurrido en nuestros cálculos, nos demostrará el grado de importancia que debemos conceder á esta corrección. La fórmula es:

$$K = \varphi \left( 1 + \frac{h}{R} \right) \left( 1 - \frac{\varphi^2}{24R} \right),$$

en la que  $\varphi$  es el lado geodésico reducido al nivel del mar,  $h$  la altura, sobre este nivel, del punto más bajo, y  $R$  el radio de la tierra. Tomando los logaritmos tendremos:

$$L.K = \log. \varphi + L \left( 1 + \frac{h}{R} \right) + \log. \left( 1 - \frac{\varphi^2}{24R} \right) = \\ \log. \varphi + \frac{Mh}{R} - \frac{M\varphi^2}{24R^2}.$$

desarrollando los logaritmos de los binomios y despreciando los segundos términos.

El valor del logaritmo  $\frac{M}{R} = 8,8559040$ : y el del  $\log. \frac{M}{24R^2} = 16,6498125$ : y agregando el logaritmo de  $h$  al primero de estos dos términos, y 2 log.  $\varphi$  al segundo, se obtiene lo que buscamos.

Si suponemos ahora que  $\varphi = 16,000^m$ , su  $\log. = 4,2041200$ , y si hacemos  $h = 600^m$ , su  $\log. = 2,7781512$ .

Con estos datos tendremos para el valor de  $\frac{Mh}{R}$ ,  $8,8559040 + 2,7781515 = 5,6120555 = 0,0000409$ .

Añadiendo este resultado al logaritmo de  $\varphi$ , ó lo que es lo mismo al de la diferencia de nivel hallado con la fórmula general, que podemos también igualar á 600<sup>m</sup>, nos dá

$$\begin{array}{r} 2,7781513 \\ + 0,0000409 \\ \hline 2,7781922 = 600,056. \end{array}$$

Se ve, pues, que en la hipótesis de unos datos como los que acabamos de presentar, el primer término de la fórmula solo nos da la insignificante corrección de 0,056.

Si en lugar de ser  $h = 600$ , exageramos su valor y lo hacemos igual á  $2^m,000$ , tendremos para el valor del primer término

$$L 2,000 = 3,3010300$$

$$L \frac{M}{R} = \frac{8,8359040}{4,1349340} = 0,0001365$$

y agregándolo como anteriormente al logaritmo de la diferencia de nivel, que supondremos como antes, igual á  $600^m$ , nos dará

$$\begin{array}{r} 2,7781513 \\ 0,0001365 \\ \hline 2,7782878 = 600,188. \end{array}$$

Todavia en este caso la corrección no merece tenerse en cuenta, y únicamente cuando la diferencia de nivel entre los dos puntos alcanzara á  $2,000^m$ , tendríamos

$$\begin{array}{r} 3,3010300 \\ + 0,0001364 \\ \hline 3,3011664 = 2,000,63, \end{array}$$

cuyo resultado es ya bastante importante, si bien esta diferencia de  $0^m,63$ , es casi siempre menor que la obtenida en las cotas para un mismo punto, partiendo de varios lados que á él concurren. La corrección del segundo término es siempre despreciable para todos los casos posibles; nunca afecta más que á la séptima cifra decimal, y comunmente ni siquiera apreciaria un centímetro. Esta corrección solo se ha hecho sensible en nuestros cálculos en un caso excepcional, en el que  $K$  y  $h$  eran bastante grandes.

El error de refracción no entra en la fórmula de las distancias zenitales reciprocas; pero no sucede lo mismo cuando solo se dispone de una sola.

La fórmula de cálculo adoptada para este caso ha sido:  $dN = K \cot. \left( \Delta + n\theta - \frac{1}{2}\vartheta \right)$ , en la cual  $N$  es el coeficiente de refracción, y  $\vartheta$  el arco terrestre comprendido por  $K$ .

Admitiendo para  $n$  el valor medio de 0,08, la fórmula se convierte en  $dN = K \cot. (\Delta - 0,42\vartheta)$ .

El valor de  $\vartheta$  se halla por la relación  $\frac{K}{R}$ , y multiplicándola por  $\frac{1}{\operatorname{sen.} 4^{\circ}}$ , se obtiene en segundos.

| Curiellos Linar.  |           | 2204     |
|---|-----------|----------|
|   |           | 6,29     |
| $z' = 95^{\circ} - 32' - 42''$  | 8.9840184 | 19836    |
| $- z = 84 - 31 - 49,83$   | 1386      | 4408     |
| $11 - 0 - 52,59$  | 8.9841567 | 43224    |
|   |           | 4386,316 |
| Log. $\tan \frac{1}{2} (z' - z) = \log. \tan 5^{\circ} - 30' - 26,29 = 8.9844567$ |           |          |
| Log. $K = 3.7914244$  |           |          |
| $27755811 = \log. 596,46$   |           |          |

Halladas todas las diferencias de nivel segun el adjunto ejemplo lo manifiesta, se tomó como punto de partida el nivel del mar, reduciendo á él la primera cuota de Pradera del Buscon, y subordinando á esta última todas las demás de la triangulacion. Pero la totalidad de los vértices, excepto los extremos, son centros de polígonos determinados por sus horizontes respectivos, y tienen, en lo general, más de una cuota de referencia.

Para determinar la cuota definitiva, se tomaba el promedio de todas ellas, ó solamente de aquellas cuyos datos merecieran completa confianza.

La nivelacion barométrica se ha hecho valiéndonos de la siguiente fórmula de Laplace:

$$dN = Z = \left( 18556^m \log. \frac{H}{h} - 1^m,28 (T - T') \right) \times \left( \left( 1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right) \left( 1 + 0,00265 \cos. 2L + \frac{Z + 15926}{6366498} \right) \left( 1 + \frac{S}{3183099} \right) \right).$$

En ella están comprendidas todas las correcciones, y para facilitar su aplicación, el *Annuaire Du Bureau des Longitudes*, nos ofrece cuatro tablas de uso muy fácil y sencillo, por medio de las cuales se obtiene reducido á metros, el valor de cada uno de sus términos. Se hicieron, pues, los cálculos con el auxilio de estas tablas, segun indica el siguiente ejemplo:

## ESTACION DE SANTO FIRME.—DIA 27 DE MAYO.

## DATOS.

|                         |                |                |                |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Lecturas del barómetro. | En Oviedo.     | En Oviedo.     | En Oviedo.     |
|                         | $H = 745,50$ . | $T = 18,50$ .  | $t = 20,00$ .  |
|                         | En Sto. Firme. | En Sto. Firme. | En Sto. Firme. |

|                |                |                             |                |
|----------------|----------------|-----------------------------|----------------|
| $h = 725,80$ . | $T' = 20,00$ . | Temperaturas al aire libre. | $t' = 13,00$ . |
|                |                |                             |                |
|                |                |                             |                |

## CÁLCULO.

TABLA 1.<sup>a</sup>  $H$  ó  $h$ .

$$\begin{array}{r} 745,50 = 8.219,65 \\ 725,80 = 8.027,80 \\ \hline 191,85 \end{array}$$

TABLA 2.<sup>a</sup> Corrección  $T - T'$ 

$$\begin{array}{r} 18,50 \\ - 20,00 \\ \hline - 1,50 \dots 4,95 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 491,85 \\ 4,95 \\ \hline 495,80 = a. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Corrección } \frac{a}{1000} \times 2 (t + t') = \\ 0,1958 \times 76 = 14,7288. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{TABLA 5.<sup>a</sup> Corrección por latitud.} \\ \text{En este caso es igual a } 0,60. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,60 \\ 195,80 \\ 14,7288 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Diferencia de nivel} = 209,4288$$

Las cuotas obtenidas por este sistema de nivelación son las que arroja el siguiente cuadro, donde se han puesto á la par, para compararlas, las observaciones obtenidas trigonométricamente para los mismos puntos.

| ESTACIONES.         | Alturas barométricas sobre Oviedo. | Altura de Oviedo sobre el mar. | Alturas barométricas sobre el mar. | Alturas trigonométricas sobre el mar. | Diferencias. | Observaciones. |
|---------------------|------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--------------|----------------|
| Santo Firme...      | 209,13                             | 246,29                         | 453,42                             | 440,63                                | 14,79        |                |
| Pedroso. . . . .    | 381,12                             | 246,29                         | 627,41                             | 613,28                                | 14,13        |                |
| Faidiello. . . . .  | 386,67                             | 246,29                         | 632,96                             | 619,42                                | 13,54        |                |
| Peña Blanca. . . .  | -147,74                            | 246,29                         | 98,55                              | 92,80                                 | 5,75         |                |
| Cabo de Peñas. . .  | -139,01                            | 246,29                         | 407,28                             | 101,87                                | 5,41         |                |
| Cabo de Torres. . . | -118,34                            | 246,29                         | 127,95                             | 123,81                                | 4,14         |                |

Seguramente que las cifras que aquí aparecen no pueden considerarse como satisfactorias, y no es fácil explicar las diferencias que se advierten entre unas y otras cuotas, habiendo hecho las observaciones con todo el cuidado posible, y sabiendo, por otro lado, que con un buen barómetro y operando con las precauciones debidas, es este un procedimiento que ofrece la mayor garantía de exactitud. Posible es, sin embargo, que tales errores procedan, por una parte, de que las observaciones en los vértices no hayan sido rigorosamente simultáneas con las que se hacían en la estación de referencia, circunstancia que, á pesar de todo, no siempre era posible realizar; y por otra, de las indicaciones de los termómetros al aire libre que nos ofrecen en algunos casos diferencias exageradas con las que nos dan los de los barómetros, sin duda por la mala construcción de los primeros.

Tampoco parecen guardar la debida relación las temperaturas que resultan en las estaciones inferiores y superiores, debido acaso á las diferentes circunstancias en que se hallaban colocados los instrumentos, pues en Oviedo estaban en una habitación á la sombra, y en el campo no se podía siempre librarse de los rayos del sol. De todos modos habría sido necesario, para hacer con fruto el estudio comparativo de los dos sistemas, y desvanecer toda duda respecto á los resultados, haber reunido un mayor número de datos; pero desgraciadamente el barómetro de Fortin que llevaba la brigada de primer orden, se rompió al principio de la campaña del 65

por un accidente casual ocurrido en el trasporte, y no pudieron hacerse más observaciones que las verificadas en los seis vértices que quedan expresados. Advertiremos, por último, que en cuanto á las alturas halladas trigonométricamente, nos ofrecen la mayor confianza posible, pues de los 45 vértices cuyas cuotas sobre el mar fueron determinadas por dos ó más puntos de referencia, en 9 no llega á 0<sup>m</sup>,25 la diferencia de uno á otro resultado; en otros 22 es inferior á 1<sup>m</sup>, y de los 14 restantes, en 7 es inferior á 1<sup>m</sup>,25, pasando solo en los otros 7 de esta cantidad, sin que en ninguno llegue á 2 metros.

En las grandes alturas de la cordillera cantábrica, se hicieron las observaciones con un barómetro aneroide, y sus indicaciones, en la mayoría de los casos disparatadas, han venido á corroborar lo que ya era conocido respecto al empleo de este instrumento, que podrá acaso ser útil para hallar pequeñas diferencias de altura, pero que desde luego no puede recomendarse para determinar grandes cuotas.

En la triangulación de segundo orden se han empleado exclusivamente barómetros de esta clase, y como veremos más adelante, tampoco se han obtenido resultados satisfactorios. Sólo, pues, de los ensayos que se están verificando para aplicar este instrumento á los trabajos topográficos, podremos determinar los límites dentro de los cuales puede utilizarse con ventaja.

## VII.

### Triangulación de segundo orden.

La triangulación de segundo orden se ha apoyado sobre la del primero, tomando los lados de esta como bases, y ha tenido por objeto, como era natural, subdividir los triángulos grandes en otros más pequeños, determinando así un gran número de puntos que, á

su vez, sirviesen de partida ó enlace para los detalles topográficos.

Esta red de segundo orden abraza, próximamente, toda la superficie que comprenden los triángulos del primero; y solo en el extremo SE. ha quedado un hueco, donde no se ha creido necesario extenderla, porque no alcanza hasta allí la formación carbonífera, y no ofrece tampoco aquel terreno, por otro concepto, un gran interés.

En la primera campaña, que dió principio en el año 64, sólo operó una brigada de segundo orden; pero ya en el año 65 se organizaron tres, que siguieron asimismo durante la campaña del 66 al 67, quedando reducidas á dos en la del 67 al 68, en que se dieron por terminados estos trabajos.

La brigada organizada en 1864, no salió de la cuenca de Oviedo, operando en un radio de unos 5 kilómetros.

Cuando en la campaña siguiente se formaron las otras dos, y con objeto de organizar los trabajos de modo que pudieran ejecutarse con facilidad y desembarazo, se imaginó una línea quebrada que, partiendo del vértice de primer orden Grandota de Oviedo, fuera á terminar en el de Foyares, pasando antes por los de Picacho y Pico Polio, cuya línea dividía idealmente la cuenca central en dos partes, y servía, al mismo tiempo, de límite común á las brigadas 1.<sup>ª</sup> y 2.<sup>ª</sup> de segundo orden, que debían operar respectivamente en la parte occidental y oriental.

A la brigada 5.<sup>ª</sup> de segundo orden, se le señaló la parte N. fuera de la cuenca hullera central, y se le fijaron como límites varios lados de segundo orden de la campaña del 64, y algunos de la triangulación de primero. En este mismo orden se prosiguió el trabajo durante la campaña de 1866 á 1867; y por último, en los primeros meses de la del 67 al 68, terminaron las brigadas 1.<sup>ª</sup> y 2.<sup>ª</sup> la triangulación de la costa en la parte NE.

Para la elección de vértices, no precedió aquí reconocimiento preliminar segun se hizo en la triangulación de primer orden. Los puntos de estación y los que formaban en cada caso un horizonte, se fijaban por las brigadas encargadas de este trabajo en el momento de operar, procurando elegir los sitios más notables y ateniéndose,

en cuanto era posible, á las ya citadas instrucciones dictadas por el Ingeniero Jefe D. Federico de Botella, por las que se señalaban á los lados de segundo orden, de 2.000 á 4.000 metros de longitud, y se recomendaba para los triángulos la forma equilátera. Pero si bien por regla general se han podido observar con bastante exactitud estas prescripciones, no siempre ha sido posible seguir las fielmente, debido á las mismas causas que se han enumerado al tratar de la triangulación de primer orden; y así es, que aun cuando puede decirse que la dimensión media de nuestros lados fluctúa entre 4 ó 5.000 metros, hay, sin embargo, alguno, principalmente en los puntos más accidentados de la cordillera, cuya longitud alcanza á 10.000 metros, y otros que, por el contrario, no pasan de 500.

Esta última circunstancia de tener pequeños lados, se advierte sobre todo en unos triángulos de condiciones excepcionales que, obligados por lo accidentado del terreno, fué preciso proyectar para pasar del Valle de Riosa al de Quirós, atravesando el Aramo; y en cuanto á la forma equilátera, ha habido también muchos casos en que no ha sido posible conseguirla.

El sistema de señales empleado, no ha sido, como en primer orden, el de pilares de mampostería. Consiste en tres estacas introducidas á fuerza de mazo en el terreno, una de las cuales se fijaba en el punto de estación clavando en su cabeza una punta de París, que servía para centrar el instrumento, y además para distinguirla de las otras dos que se colocaban en dirección de dos puntos fijos e invariables, anotando en la libreta de campo sus respectivas distancias á la primera, y cuyo principal objeto era fijar bien la posición de esta para el caso de que por cualquier circunstancia llegara á desaparecer. Para puntos de mira se ha hecho uso de jalones de unos 5 metros de altura, provistos en su parte inferior de un regatón de hierro, y en su parte superior de una banderola. Se colocaban junto á la misma estaca que señalaba el vértice, y se procuraba que conservasen la posición vertical.

Cada una de las brigadas iba provista de todos los instrumentos necesarios, que consistían en un teodolito con su trípode, un baró-

metro olostérico, termómetros, una brújula de geólogo, una cinta de medir y estacas y jalones para las señales.

De los tres teodolitos empleados, dos son de Brunnerr, y el tercero del sistema Troughton. Los dos primeros son idénticos en su forma al que hemos descrito al tratar de las operaciones de primer orden, y sólo se distinguen de éste por sus dimensiones, que son algo menores, y por algún otro detalle que vamos á indicar. Los dos son como aquel, escéntricos, de limbos planos; pero el diámetro de estos es sólo de  $0^m,45$  en lugar de  $0^m,22$ ; su división de diez en diez minutos, está hecha en una cinta de plata que lleva el disco exterior, y los discos interiores llevan, cada uno, en los extremos de un diámetro, dos nonios que aprecian  $10''$ .

Las lecturas se verifican por medio de dos microscopios sujetos á los extremos de una varilla que gira alrededor del eje central del teodolito; pero no tienen las espigas de latón que, en el teodolito grande, sirven para fijar la puntería. Tienen como éste en los limbos azimutales, un tornillo de presión para sujetar los dos discos, ó dejar libre, cuando es necesario, el interior, y otro de coincidencia para los movimientos suaves. Solo son reiteradores en sus limbos azimutales, y los discos exteriores de estos limbos que deben permanecer fijos durante la observación, se hallan sujetos por dos tornillos de presión colocados en la parte inferior, los cuales pueden aflojarse á voluntad cuando se quiere dar á aquellos algún giro para leer un ángulo en un cuadrante distinto.

Los limbos zenitales, que, según hemos dicho, no son reiteradores, no van provistos del nivel que en el teodolito de primer orden sirve para advertir cualquier movimiento que en el disco exterior pueda ocurrir durante la observación, y tenerlo en cuenta. Este disco es aquí enteramente fijo y va adaptado á un eje hueco que no tiene más movimiento que el necesario para rectificar el instrumento, según diremos más adelante; y el interior que lleva los nonios, va unido á un eje macizo que gira dentro del hueco del otro disco. Los tornillos de presión, los de coincidencia y los nonios, están dispuestos en estos limbos exactamente como en los azimutales. El anteojos

es astronómico de 0, m 55 de largo, de gran alcance y claridad: forma cuerpo rígido con el disco interior del limbo zenital, y gira con él. Tiene su reticuló formado por cuatro hilos, dos de los cuales se cortan en ángulo recto en el centro de figura, de modo que uno de ellos conserva siempre su posición horizontal, y los otros dos, paralelos á este último, colocados uno encima y otro debajo del mismo.

Para la nivelación del aparato no se emplea nivel postizo, sino uno fijo que va unido á la placa exterior del limbo zenital, el cual tiene, en uno de sus extremos, un tornillo de corrección.

La verticalidad del limbo zenital se obtiene con el auxilio de dos tornillos colocados en su extremo y á la parte inferior de la placa que sostiene el eje horizontal, por medio de los cuales se puede imprimir á este un ligero movimiento giratorio, cuyo movimiento se combina con otro lateral del reticuló, que recibe también por medio de otro tornillo dispuesto convenientemente.

Esta operación se lleva á efecto colocando á cierta distancia una plomada lo más larga posible; y después de nivelar el teodolito, se hace coincidir con ella el hilo vertical del reticuló, haciendo luego girar el anteojito á ver si esta coincidencia existe en sus diversas posiciones. Si esta coincidencia no se verifica, se va rectificando por medio de los tornillos indicados, hasta que después de los tanteos necesarios se consigue el objeto que se desea. Entonces se puede asegurar que el eje óptico gira en un plano paralelo al limbo, y que este se halla en un plano vertical.

El teodolito de Troughton, de que se ha hecho uso, aprecia también 10" y es de construcción moderna. Los soportes verticales que sostienen el eje horizontal, descansan sobre un bastidor provisto de tres tornillos que lo unen al limbo, y cuyo objeto es conseguir el paralelismo de dicho eje y del plano del limbo. Por lo demás, su descripción se halla muy detallada en los libros de geodesia, y por lo tanto, solo añadiremos aquí que el sistema de series empleado en nuestras observaciones, ha hecho inútil el auxilio del anteojito de referencia.

La marcha de las operaciones ha sido, en la triangulación de se-

gundo orden, la misma que, con minuciosidad prolífica, hemos detallado al hablar de la del primero.

En cada estación se colocaba el instrumento sobre su trípode, y después de centrarlo por medio de una plomada, cuyo extremo se hacia coincidir con el clavo introducido en la cabeza de la estaca que servía de señal, se nivelaba, principiando en seguida la observación por los ángulos azimutales, y tomando después los datos relativos á las distancias zenitales. Las visuales se dirigían siempre á la parte inferior de los jalones que en cada horizonte servían de puntos de mira, haciendo que el hilo vertical del reticuló los dividiese en dos partes iguales; y cuando el punto visado era un vértice de primer orden, la puntería se dirigía igualmente á la parte inferior del pilar, procurando también que el hilo vertical lo dividiese en dos mitades.

En el teodolito Troughton, el reticuló está formado por un hilo horizontal que pasa por el centro de figura, y de otros dos que se cruzan en el mismo punto, formando dos ángulos iguales de uno y otro lado de la vertical; y cuando se usaba este instrumento, se visaba también á la parte inferior de los jalones, procurando que quedasen entre los dos hilos inclinados.

La menor importancia relativa de los trabajos de segundo orden, no exigía para la exactitud necesaria en los resultados, que se hiciera el mismo número de series que en la del primero; así es, que las brigadas que operaban con los teodolitos Brunnerr, observaban solo dos con limbo á la derecha, y otras dos con limbo á la izquierda, resultando de aquí que desde cada estación se dirigían ocho punterías á cada uno de los puntos ó señales que formaban un horizonte, á las que correspondían 16 lecturas hechas dos á dos en los distintos cuadrantes del limbo, y que se reducían en el acto á ocho promedios.

La brigada que usó el teodolito Troughton, siguió el mismo método para medir los ángulos azimutales, sino que solo hacia dos, y algunas veces tres series, invirtiendo en una de ellas el anteojito. Las lecturas, en este caso, eran respectivamente ocho y doce. Desde las

estaciones de segundo orden se visaban ademas, para fijar su posición, á pueblos, iglesias y fábricas metalúrgicas, que se consideraban como puntos de tercer orden.

Los entorpecimientos y contrariedades de todas clases que hemos mencionado al hablar de la triangulación de primer orden, y que reconocian por causa, ademas del frecuente derribo de pilares, muy principalmente las malas condiciones del clima, no se han hecho sentir, ni con mucho, con el mismo rigor en la de segundo orden. Aquí son, en efecto, los lados de dimensiones mucho menores, y nunca originaba una pérdida de tiempo muy considerable el reponer un jalón en el punto que debia ocupar, cuando por cualquier accidente había sido derribado. Y en cuanto á las nieblas que solian oscurecer el horizonte, raras veces eran bastante densas para que, con los excelentes anteojos de los teodolitos, no se pudiesen descubrir las señales; así es que, por punto general, no se ha invertido más de un dia en cada una de las estaciones de segundo orden.

Los cuadros que se ponen á continuacion son las copias respectivas de dos estaciones hechas con los teodolitos de Brunnerr y Troughton, y por ellos se verá el orden adoptado para anotar los datos, igual, por lo demás, al que se ha seguido en la triangulacion de primer orden.

ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.—CÍRCULO DERECHA.—15 de Agosto de 1865.

| OBJETOS.   | 1.º NONIUS. |    |    | 2.º NONIUS. |    |     | PRO-MEDIOS. |    |     | DIFERENCIAS. |    |     | Barometro. | Termómetro. | Hora.                      | OBSERVACIONES. |
|--|-------------|----|----|-------------|----|-----|-------------|----|-----|--------------|----|-----|------------|-------------|----------------------------|----------------|
|  | o           | r  | n  | r           | n  | o   | r           | n  | o   | r            | n  | o   |            |             |                            |                |
| <b>1.º Serie.</b>  |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | 105         | 43 | 20 | 43          | 20 | 105 | 43          | 20 | 0   | 0            | 0  | 710 | min        | 25°         | 42                         |                |
| Sierras.   | 139         | 40 | 10 | 49          | 20 | 139 | 49          | 45 | 34  | 5            | 55 |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 196         | 31 | 10 | 31          | 20 | 196 | 31          | 45 | 90  | 47           | 55 |     |            |             |                            |                |
| Iglesia de Blimea.   | 213         | 15 | »  | 45          | 20 | 213 | 45          | 10 | 108 | 4            | 50 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | 265         | 22 | »  | 22          | 20 | 265 | 22          | 10 | 159 | 38           | 50 |     |            |             |                            |                |
| Pico de la Vara.   | 354         | 24 | 30 | 24          | 40 | 354 | 24          | 35 | 248 | 41           | 45 |     |            |             |                            |                |
| Argañoso.  | 36          | 5  | »  | 5           | »  | 36  | 5           | »  | 290 | 21           | 40 |     |            |             |                            |                |
| Iglesia de Sta. Bárbara.   | 74          | 18 | 20 | 18          | 20 | 74  | 18          | 20 | 328 | 35           | »  |     |            |             | A la base de la cruz.      |                |
| Argañoso.  | 36          | 5  | »  | 5           | »  | 36  | 5           | »  | 290 | 21           | 45 |     |            |             |                            |                |
| Pico de la Vara.   | 354         | 24 | 30 | 24          | 40 | 354 | 24          | 35 | 248 | 41           | 20 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | 265         | 24 | 30 | 22          | 40 | 265 | 22          | »  | 159 | 38           | 45 |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 196         | 31 | »  | 31          | 40 | 196 | 31          | 5  | 90  | 47           | 50 |     |            |             |                            |                |
| Sierras.   | 139         | 40 | 20 | 49          | 20 | 139 | 49          | 20 | 34  | 6            | 5  |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | 105         | 43 | 40 | 43          | 20 | 105 | 43          | 45 | 0   | 0            | 0  |     |            |             |                            |                |
| <b>CÍRCULO DERECHA.</b>  |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |
| <b>2.º Serie.</b>  |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | 230         | 7  | 40 | 7           | 30 | 230 | 7           | 20 | 0   | 0            | 0  |     |            |             |                            |                |
| Sierras.   | 234         | 13 | 40 | 44          | »  | 264 | 13          | 50 | 34  | 6            | 30 |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 320         | 55 | »  | 35          | 10 | 320 | 55          | 5  | 90  | 47           | 45 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | 29          | 46 | 20 | 46          | 10 | 29  | 46          | 45 | 159 | 38           | 55 |     |            |             |                            |                |
| Pico de la Vara.   | 118         | 49 | »  | 49          | »  | 118 | 49          | »  | 248 | 41           | 40 |     |            |             |                            |                |
| Argañoso.  | 160         | 29 | 20 | 29          | 20 | 160 | 29          | 20 | 290 | 22           | »  |     |            |             |                            |                |
| Idem.  | 160         | 29 | 20 | 29          | 20 | 160 | 29          | 20 | 290 | 21           | 45 |     |            |             |                            |                |
| Pico de la Vara.   | 118         | 49 | »  | 49          | »  | 118 | 49          | »  | 248 | 41           | 25 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | 29          | 46 | 10 | 46          | 10 | 29  | 46          | 40 | 159 | 38           | 35 |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 320         | 55 | 10 | 55          | 20 | 320 | 55          | 45 | 90  | 47           | 40 |     |            |             |                            |                |
| Sierras.   | 264         | 13 | 40 | 44          | »  | 264 | 13          | 50 | 34  | 6            | 45 |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | 230         | 7  | 30 | 7           | 40 | 230 | 7           | 35 | 0   | 0            | 0  |     |            |             |                            |                |
| <b>CÍRCULO IZQUIERDA.</b>  |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |
| <b>1.º Serie.</b>  |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | »           | 5  | 20 | 5           | 30 | »   | 5           | 25 | 0   | 0            | 0  |     |            |             |                            |                |
| Sierras.   | 34          | 11 | 20 | 41          | 20 | 34  | 11          | 20 | 34  | 5            | 55 |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 90          | 53 | 30 | 53          | 40 | 90  | 53          | 33 | 90  | 48           | 40 |     |            |             |                            |                |
| Iglesia de Blimea.   | 108         | 7  | 50 | 8           | »  | 108 | 7           | 35 | 108 | 2            | 30 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | 159         | 44 | 30 | 44          | 40 | 159 | 44          | 35 | 159 | 39           | 40 |     |            |             |                            |                |
| Pico de la Vara.   | 218         | 47 | 10 | 47          | 30 | 218 | 47          | 20 | 248 | 41           | 55 |     |            |             |                            |                |
| Argañoso.  | 290         | 27 | 40 | 27          | 40 | 290 | 27          | 40 | 290 | 22           | 15 |     |            |             |                            |                |
| Iglesia de Sta. Bárbara.   | 328         | 40 | 40 | 41          | »  | 328 | 40          | 50 | 328 | 35           | 25 |     |            |             |                            |                |
| Argañoso.  | 290         | 27 | 50 | 28          | »  | 290 | 27          | 50 | 290 | 22           | 10 |     |            |             | Lluvia. No se ve el Jalón. |                |
| Pico de la Vara.   | 218         | 46 | 50 | 47          | 20 | 218 | 47          | 5  | 248 | 41           | 20 |     |            |             |                            |                |
| Pico Blanco.   | »           | »  | »  | »           | »  | »   | »           | »  | »   | »            | »  |     |            |             |                            |                |
| Cabañas nuevas.  | 90          | 53 | 30 | 53          | 40 | 90  | 53          | 35 | 90  | 47           | 50 |     |            |             |                            |                |
| Sierras.   | 34          | 11 | 40 | 41          | 40 | 34  | 11          | 40 | 34  | 5            | 55 |     |            |             |                            |                |
| Campicios.   | »           | 5  | 40 | 5           | 50 | »   | 5           | 43 | 0   | 0            | 0  |     |            |             |                            |                |
| <b>Se relacionó el vértice, primero, colocando una estaca y en el centro de esta un clavo. Despues visando al pilar geodésico de Peña Mayor y midiendo 4m,04, se colocó una segunda estaca, y por ultimo visando á Pico de la Vara y midiendo 6m,63 se colocó la tercera estaca.</b> |             |    |    |             |    |     |             |    |     |              |    |     |            |             |                            |                |

## SIGUE LA ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.—CÍRCULO IZQUIERDA.

| OBJETOS.          | 1.er NONIUS. |    |    | 2.º NONIUS. |    |     | PRO-MEDIOS. |    |     | DIFE-RENCIAS. |    |   | Barómetro. | Termómetro. | Hora. | OBSERVACIONES. |
|-------------------|--------------|----|----|-------------|----|-----|-------------|----|-----|---------------|----|---|------------|-------------|-------|----------------|
|                   | o            | °  | "  | o           | °  | "   | o           | °  | "   | o             | °  | " |            |             |       |                |
| <b>2.ª Serie.</b> |              |    |    |             |    |     |             |    |     |               |    |   |            |             |       |                |
| Campicios.        | 120          | 47 | 40 | 17          | 40 | 120 | 47          | 40 | 0   | 0             | 0  |   |            |             |       |                |
| Sierros.          | 154          | 23 | 40 | 23          | 40 | 154 | 23          | 40 | 34  | 6             | "  |   |            |             |       |                |
| Cabañas nuevas.   | 211          | 5  | 40 | 5           | 40 | 211 | 5           | 25 | 90  | 47            | 45 |   |            |             |       |                |
| Pico Blanco.      | 279          | 56 | 30 | 56          | 50 | 279 | 56          | 40 | 159 | 39            | "  |   |            |             |       |                |
| Pico de la Vara.  | 8            | 39 | 40 | 59          | "  | 8   | 39          | 5  | 248 | 41            | 25 |   |            |             |       |                |
| Argañoso.         | 50           | 40 | "  | 39          | 40 | 50  | 39          | 50 | 290 | 22            | 10 |   |            |             |       |                |
| Idem.             | 50           | 39 | 50 | 39          | 40 | 50  | 39          | 45 | 290 | 22            | 5  |   |            |             |       |                |
| Pico de la Vara.  | 8            | 59 | 40 | 59          | "  | 8   | 59          | 5  | 248 | 44            | 25 |   |            |             |       |                |
| Pico Blanco.      | 279          | 56 | 20 | 56          | 50 | 279 | 56          | 35 | 159 | 38            | 55 |   |            |             |       |                |
| Cabañas nuevas.   | 214          | 5  | 40 | 5           | 30 | 214 | 5           | 20 | 90  | 47            | 40 |   |            |             |       |                |
| Sierros.          | 154          | 23 | 30 | 23          | 30 | 154 | 23          | 30 | 34  | 5             | 50 |   |            |             |       |                |
| Campicios.        | 120          | 27 | 40 | 17          | 40 | 120 | 17          | 40 | 0   | 0             | 0  |   |            |             |       |                |

## ESTACION DEL MONTE MORIS (Albandi).—Dia 18 de Agosto de 1865.

| OBJETOS.              | 1.er NONIUS. |    |    | 2.º NONIUS. |    |     | PRO-MEDIOS. |       |     | DIFE-RENCIAS. |       |   | Barómetro. | Termómetro. | Horas. | OBSERVACIONES. |
|-----------------------|--------------|----|----|-------------|----|-----|-------------|-------|-----|---------------|-------|---|------------|-------------|--------|----------------|
|                       | o            | °  | "  | o           | °  | "   | o           | °     | "   | o             | °     | " |            |             |        |                |
| <b>1.ª Serie.</b>     |              |    |    |             |    |     |             |       |     |               |       |   |            |             |        |                |
| Pilar Cabo de Torres. | 0            | 0  | 0  | 0           | 20 | 0   | 0           | 40    | 0   | 0             | 0     |   |            |             |        |                |
| Llano del Pozo.       | 62           | 4  | 10 | 4           | 20 | 62  | 4           | 45    | 62  | 4             | 5     |   |            |             |        |                |
| Coalloto.             | 128          | 6  | 20 | 6           | "  | 128 | 6           | 10    | 126 | 6             | "     |   |            |             |        |                |
| La Tejera.            | 178          | 47 | 30 | 47          | 40 | 178 | 47          | 20    | 178 | 47            | 40    |   |            |             |        |                |
| Las Piñeras.          | 197          | 59 | 40 | 59          | 20 | 197 | 59          | 30    | 197 | 59            | 20    |   |            |             |        |                |
| Idem.                 | 197          | 59 | 30 | 59          | 40 | 197 | 59          | 20    | 197 | 59            | 15    |   |            |             |        |                |
| Las Tejeras.          | 178          | 47 | 50 | 47          | 30 | 178 | 47          | 40    | 178 | 47            | 35    |   |            |             |        |                |
| Coalloto.             | 128          | 6  | 20 | 6           | "  | 128 | 6           | 10    | 128 | 6             | 5     |   |            |             |        |                |
| Llano del Pozo.       | 62           | 4  | 30 | 4           | 40 | 62  | 4           | 35    | 62  | 4             | 30    |   |            |             |        |                |
| Pilar Cabo de Torres. | 0            | 0  | 0  | 0           | 10 | 0   | 0           | 5     | 0   | 0             | 0     |   |            |             |        |                |
| <b>2.ª Serie.</b>     |              |    |    |             |    |     |             |       |     |               |       |   |            |             |        |                |
| Cabo de Torres.       | 40           | 0  | 0  | 0           | 20 | 40  | 0           | 40    | 0   | 0             | 0     |   |            |             |        |                |
| Llano del Pozo.       | 102          | 5  | 0  | 5           | 40 | 102 | 5           | 5     | 62  | 4             | 55    |   |            |             |        |                |
| Coalloto.             | 168          | 7  | 0  | 6           | 50 | 168 | 6           | 55    | 128 | 6             | 45    |   |            |             |        |                |
| Tejera.               | 218          | 47 | 40 | 47          | 20 | 218 | 47          | 30    | 178 | 47            | 20    |   |            |             |        |                |
| Las Piñeras.          | 237          | 59 | 50 | 59          | 40 | 237 | 59          | 45    | 197 | 59            | 35    |   |            |             |        |                |
| Idem.                 | 237          | 59 | 45 | 59          | 40 | 237 | 59          | 42,50 | 197 | 59            | 37,50 |   |            |             |        |                |
| Las Tejeras.          | 218          | 47 | 40 | 47          | 0  | 218 | 47          | 5     | 178 | 47            | 0     |   |            |             |        |                |
| Coalloto.             | 168          | 7  | 0  | 6           | 40 | 168 | 6           | 50    | 128 | 6             | 45    |   |            |             |        |                |
| Llano del Pozo.       | 102          | 5  | 0  | 4           | 50 | 102 | 4           | 55    | 62  | 4             | 50    |   |            |             |        |                |
| Cabo de Torres.       | 40           | 0  | 0  | 0           | 10 | 40  | 0           | 5     | 0   | 0             | 0     |   |            |             |        |                |

Una vez terminadas las observaciones relativas á los ángulos azimutales, se tomaban los datos para determinar las distancias zenitales ó los ángulos de pendiente, segun que se operaba con los teodolitos Brunnerr ó Troughton.

Ya hemos dicho que los discos exteriores de los límbos zenitales en los teodolitos pequeños de Brunnerr que se han usado, eran fijos, y por lo tanto solo se podia obtener la distancia zenital por una sola visual con límbo á la derecha, y otra con límbo á la izquierda.

La operacion se principiaba, por ejemplo, con el límbo á la derecha: se dirigia la primera visual á la parte inferior de los jalones, enrasando el hilo horizontal central del reticulo con sus piés, y despues de hecha esta primera punteria y leidos los dos nonius, para suplir en parte la reiteracion, se movia algo el anteojos por medio del tornillo de coincidencia, y se volvia á visar de nuevo, consiguiendo así tener dos punterias y cuatro lecturas, de las que se sacaba un primer promedio, tomadas dos á dos, y de los dos que resultaban, otro que era el definitivo.

Hecha esta primera observacion, se daba al instrumento un giro de 180° aflojando el tornillo de presion que sujetaba los dos discos del límbo azimutal, y teniendo el zenital á la izquierda, se repetian las mismas punterias y lecturas y se tomaba un segundo promedio.

Para que se comprenda mejor lo que acabamos de exponer, damos á continuacion una copia de las observaciones hechas en la estacion de la Collada de San Mamed, relativas á las distancias zenitales:

Relacion del vértice, estacion, generalmente á dos puntos fijos por medio de visuales, marcando la dirección con la brújula del teodolito.

## ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.

CÍRCULO DERECHA.—PRIMERA SÉRIE.—15 de Agosto de 1865.

| OBJETOS.                                  | 1. <sup>er</sup> Nonius. |    |    | 2. <sup>o</sup> Nonius. |    |     | Promedios. |    |    | Promedios de los promedios. |     |    | Observacio-nes. |
|---|--------------------------|----|----|-------------------------|----|-----|------------|----|----|-----------------------------|-----|----|-----------------|
|   | o                        | '  | "  | o                       | '  | "   | o          | '  | "  | o                           | '   | "  |                 |
| Campicios. . . . .                        | 96                       | 33 | 50 | 34                      | 0  | 96  | 33         | 55 | 34 | 0                           | 96  | 33 | 55              |
| Idem. . . . .                             | 96                       | 33 | 50 | 34                      | 0  | 96  | 33         | 55 | 34 | 0                           | 96  | 33 | 55              |
| Sierros. . . . .                          | 103                      | 15 | 40 | 15                      | 50 | 103 | 15         | 43 | 15 | 50                          | 103 | 15 | 43              |
| Idem. . . . .                             | 103                      | 15 | 40 | 15                      | 50 | 103 | 15         | 43 | 15 | 50                          | 103 | 15 | 43              |
| Cabañas nuevas. . . . .                   | 99                       | 7  | 0  | 7                       | 10 | 99  | 7          | 5  | 7  | 10                          | 99  | 7  | 5               |
| Idem. . . . .                             | 99                       | 7  | 0  | 7                       | 10 | 99  | 7          | 5  | 7  | 10                          | 99  | 7  | 5               |
| Iglesia de Blimea. . . . .                | 110                      | 18 | 20 | 18                      | 30 | 110 | 18         | 23 | 18 | 30                          | 110 | 18 | 23              |
| Idem. . . . .                             | 110                      | 18 | 20 | 18                      | 30 | 110 | 18         | 23 | 18 | 30                          | 110 | 18 | 23              |
| Pico Blanco. . . . .                      | 99                       | 36 | 50 | 37                      | 0  | 99  | 36         | 53 | 37 | 0                           | 99  | 36 | 53              |
| Idem. . . . .                             | 99                       | 36 | 50 | 37                      | 0  | 99  | 36         | 53 | 37 | 0                           | 99  | 36 | 53              |
| Pico Vara. . . . .                        | 93                       | 22 | 40 | 22                      | 40 | 93  | 22         | 40 | 22 | 40                          | 93  | 22 | 40              |
| Idem. . . . .                             | 93                       | 22 | 40 | 22                      | 40 | 93  | 22         | 40 | 22 | 40                          | 93  | 22 | 40              |
| Argañoso. . . . .                         | 96                       | 43 | 40 | 45                      | 50 | 96  | 43         | 43 | 45 | 50                          | 96  | 43 | 43              |
| Idem. . . . .                             | 96                       | 43 | 40 | 45                      | 50 | 96  | 43         | 43 | 45 | 50                          | 96  | 43 | 43              |
| Ig. <sup>a</sup> de Sta. Bárbara. . . . . | 111                      | 43 | 50 | 46                      | 0  | 111 | 43         | 53 | 46 | 0                           | 111 | 43 | 53              |
| Idem. . . . .                             | 111                      | 43 | 50 | 46                      | 0  | 111 | 43         | 53 | 46 | 0                           | 111 | 43 | 53              |

CÍRCULO IZQUIERDA.—SEGUNDA SÉRIE.

|   |     |    |    |    |    |     |    |    |    |     |    |       |
|---|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|-----|----|-------|
| Campicios. . . . .                        | 284 | 33 | 30 | 33 | 30 | 284 | 33 | 30 | 30 | 284 | 33 | 32,50 |
| Idem. . . . .                             | 284 | 33 | 40 | 33 | 30 | 284 | 33 | 33 | 30 | 284 | 33 | 32,50 |
| Sierros. . . . .                          | 277 | 32 | 0  | 32 | 0  | 277 | 32 | 0  | 0  | 277 | 31 | 37,50 |
| Idem. . . . .                             | 277 | 32 | 0  | 31 | 30 | 277 | 31 | 33 | 0  | 277 | 31 | 37,50 |
| Cabañas nuevas. . . . .                   | 282 | 1  | 0  | 0  | 50 | 282 | 0  | 55 | 50 | 282 | 0  | 55    |
| Idem. . . . .                             | 282 | 1  | 0  | 0  | 50 | 282 | 0  | 55 | 50 | 282 | 0  | 55    |
| Iglesia de Blimea. . . . .                | 270 | 59 | 40 | 59 | 40 | 270 | 59 | 40 | 40 | 270 | 59 | 37,50 |
| Idem. . . . .                             | 270 | 59 | 40 | 59 | 30 | 270 | 59 | 35 | 30 | 270 | 59 | 37,50 |
| Pico Blanco. . . . .                      | 281 | 14 | 20 | 14 | 20 | 281 | 11 | 20 | 20 | 281 | 11 | 20    |
| Idem. . . . .                             | 281 | 14 | 20 | 14 | 20 | 281 | 11 | 20 | 20 | 281 | 11 | 20    |
| Pico Vara. . . . .                        | 287 | 44 | 20 | 44 | 20 | 287 | 44 | 20 | 20 | 287 | 44 | 20    |
| Idem. . . . .                             | 287 | 44 | 20 | 44 | 20 | 287 | 44 | 20 | 20 | 287 | 44 | 20    |
| Argañoso. . . . .                         | 284 | 21 | 10 | 21 | 0  | 284 | 21 | 5  | 5  | 284 | 21 | 5     |
| Idem. . . . .                             | 284 | 21 | 10 | 21 | 0  | 284 | 21 | 5  | 5  | 284 | 21 | 5     |
| Ig. <sup>a</sup> de Sta. Bárbara. . . . . | 269 | 24 | 0  | 24 | 0  | 269 | 24 | 0  | 0  | 269 | 21 | 0     |
| Idem. . . . .                             | 269 | 24 | 0  | 24 | 0  | 269 | 24 | 0  | 0  | 269 | 21 | 0     |

De los dos promedios definitivos así obtenidos, se sacaba la distancia zenital, que es igual á la mitad de su diferencia, ó á su suplemento á  $560^\circ$ , cuando el nonius que sirve de alidada cruza el cero de la division del limbo, de una observacion á otra.

Las fórmulas para cada uno de estos casos, son las siguientes:

$$\frac{\text{círculo derecho} - \text{círculo izquierda}}{2} = Z$$

$$\frac{360 + \text{círculo derecho} - \text{círculo izquierda}}{2} = Z$$

De ambas se ha hecho uso en nuestros cálculos, segun se tomaba por alidada uno ú otro de los nonius del limbo zenital. Sin embargo, salvo la campaña de 1864 y la del 65, en que la segunda brigada empleó tambien la segunda de estas fórmulas, solo se hizo despues uso de la primera, para lo cual ha bastado tomar siempre por alidada ó primer nonius, el que correspondia á la parte inferior del limbo cuando este se hallaba á la derecha.

El siguiente ejemplo de cálculo de las distancias zenitales, en el que se ha aplicado la segunda fórmula, se refiere á la misma estacion de la

## COLLADA DE SAN MAMED.—ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.—TEODOLITO BRUNNEUR, NÚMERO 27.

|                            | Campiños. |    |       | Sierreros.                |     |       | Cabañas nuevas. |    |     | Iglesia de Blimea.        |     |       | Pico Blanco. |    |       | Pico Vara.                |     |       |   |
|----------------------------|-----------|----|-------|---------------------------|-----|-------|-----------------|----|-----|---------------------------|-----|-------|--------------|----|-------|---------------------------|-----|-------|---|
|                            | 0         | "  | 0     | "                         | 0   | "     | 0               | "  | 0   | "                         | 0   | "     | 0            | "  | 0     | "                         | 0   | "     |   |
| Círculo derecho. . . . .   | 96        | 33 | 53    | 113                       | 13  | 45    | 99              | 7  | 5   | 110                       | 48  | 25    | 99           | 56 | 55    | 93                        | 22  | 40    |   |
| + 360° . . . . .           | 360       | "  | 360   | "                         | 360 | "     | 360             | "  | 360 | "                         | 360 | "     | 360          | "  | 360   | "                         | 360 | "     | " |
| Círculo izquierdo. . . . . | 156       | 33 | 53    | 463                       | 15  | 45    | 459             | 7  | 5   | 470                       | 48  | 25    | 459          | 56 | 55    | 453                       | 22  | 40    |   |
| Arco recorrido. . . . .    | 284       | 33 | 32,50 | 277                       | 31  | 37,50 | 282             | 0  | 35  | 270                       | 59  | 37,50 | 281          | 14 | 20    | 287                       | 44  | 20    |   |
| D. Zenital. . . . .        | 172       | 0  | 22,50 | 185                       | 23  | 47,50 | 177             | 6  | 10  | 499                       | 18  | 47,50 | 178          | 45 | 35    | 165                       | 38  | 20    |   |
|                            | 86        | 0  | 11,25 | 92                        | 11  | 33,75 | 88              | 33 | 5   | 99                        | 34  | 23,75 | 89           | 22 | 17,50 | 82                        | 49  | 10    |   |
| Iglesia de Santa Barbara.  |           |    |       |                           |     |       |                 |    |     |                           |     |       |              |    |       |                           |     |       |   |
|                            | Argañoso. |    |       | Iglesia de Santa Barbara. |     |       | Argañoso.       |    |     | Iglesia de Santa Barbara. |     |       | Argañoso.    |    |       | Iglesia de Santa Barbara. |     |       |   |
| Círculo derecho. . . . .   | 96        | 45 | 45    | 111                       | 11  | 55    | 111             | 11 | 55  | 360                       | "   | "     | 360          | "  | "     | 360                       | "   | "     |   |
| + 360° . . . . .           | 360       | "  | 360   | "                         | 360 | "     | 360             | "  | 360 | "                         | "   | "     | 360          | "  | "     | 360                       | "   | "     |   |
| Círculo izquierdo. . . . . | 456       | 45 | 45    | 47,7                      | 45  | 55    | 47,7            | 45 | 55  | 269                       | 21  | 55    | 269          | 21 | 55    | 269                       | 21  | 55    |   |
| Arco recorrido. . . . .    | 284       | 21 | 21    | 21                        | 21  | 21    | 21              | 21 | 21  | 21                        | 21  | 21    | 21           | 21 | 21    | 21                        | 21  | 21    |   |
| D. Zenital. . . . .        | 172       | 24 | 40    | 20,2                      | 24  | 55    | 20,2            | 24 | 55  | 101                       | 12  | 27,50 | 101          | 12 | 27,50 | 101                       | 12  | 27,50 |   |

La tercera brigada que operaba con el teodolito de Troughton, media los ángulos de pendiente, que son los complementos de las distancias zenitales. El limbo vertical lo constituye, en este instrumento, una semi-circunferencia que tiene el cero de la graduacion en el medio, y lleva al extremo de su diámetro dos collares donde encaja el anteojos, cuya posicion puede invertirse á voluntad. El limbo y el anteojos giran unidos por medio de un eje que se apoya en dos soportes, dispuestos segun hemos dicho ya, siendo el nonius fijo.

Se obtenia el valor de estos ángulos por medio de dos visuales dirigidas, con el nonius á la izquierda una, y con él á la derecha otra; pero segun se practicaba con los teodolitos de Brunnerr al determinar las distancias zenitales, se repetia aqui igualmente la punteria de uno y otro lado, y se tenian asi cuatro de estas y otras tantas lecturas, de las que se sacaba un promedio, tomadas dos á dos; y luego de estos promedios, otro que nos daba el resultado definitivo.

Para hacer la debida distincion entre los puntos observados por encima ó por debajo del horizonte, y evitar equivocaciones, se afectaban los valores de los ángulos con el signo más, en el primer caso, y con el signo menos en el segundo.

El siguiente estado relativo á las observaciones hechas en el Monte Moris (Albandi) relativas á los ángulos de pendiente, facilitara la comprension de lo que acabamos de decir:

ESTACION DE MONTE MORIS (ALBAND).—PRIMER NONIUS VERTICAL Á LA IZQUIERDA 11h 40m.—15 de Agosto de 1865.

| OBJETOS.                      | 1.er Nonius. |    |    | Promedios. |   |    | Item de la segunda serie. |   |    | Promedios de promedios. |   |    | OBSERVACIONES. |    |    |
|-------------------------------|--------------|----|----|------------|---|----|---------------------------|---|----|-------------------------|---|----|----------------|----|----|
|                               | o            | +  | "  | o          | + | "  | o                         | + | "  | o                       | + | "  | o              | +  | "  |
| Pilar cabo de Torres. . . . . | +            | "  | 40 | +          | " | 45 | +                         | " | 45 | +                       | " | 43 | +              | "  | 30 |
| Idem. . . . .                 | "            | 50 | 50 | +          | " | 44 | 5                         | + | 43 | 30                      | + | 43 | 47,50          | "  |    |
| Llano del Pozo. . . . .       | +            | "  | 44 | 10         | + | 44 | 5                         | + | 43 | 30                      | 5 | 30 | 5              | 35 |    |
| Idem. . . . .                 | "            | 30 | 10 | +          | " | 30 | 5                         | + | 30 | 5                       | + | 30 | 7              | 35 |    |
| Coalloto. . . . .             | +            | "  | 30 | 30         | + | 29 | 7                         | — | 7  | 35                      | — | 29 | 55             |    |    |
| Idem. . . . .                 | "            | 30 | 20 | —          | " | 7  | 10                        | — | 7  | 35                      | — | 29 | 55             |    |    |
| La Tejera. . . . .            | —            | "  | 7  | 7          | — | 7  | 7                         | — | 7  | 35                      | — | 29 | 55             |    |    |
| Idem. . . . .                 | "            | 29 | 50 | —          | " | 29 | 50                        | — | 29 | 55                      | — | 29 | 55             |    |    |
| Las Piñeras. . . . .          | —            | "  | 30 | 30         | — | 30 | 30                        | — | 30 | 30                      | — | 30 | 30             |    |    |
| Idem. . . . .                 | "            |    |    |            |   |    |                           |   |    |                         |   |    |                |    |    |
| NONIUS VERTICAL Á LA DERECHA. |              |    |    |            |   |    |                           |   |    |                         |   |    |                |    |    |
| Pilar cabo de Torres. . . . . | +            | "  | 40 | +          | " | 40 | +                         | " | 40 | +                       | " | 43 | +              | "  | 15 |
| Idem. . . . .                 | "            | 20 | 20 | +          | " | 43 | 40                        | + | 43 | 30                      | + | 30 | 5              | 5  |    |
| Llano del Pozo. . . . .       | +            | "  | 43 | 20         | + | 43 | 20                        | + | 43 | 30                      | + | 30 | 5              | 5  |    |
| Idem. . . . .                 | "            | 30 | 30 | +          | " | 30 | 10                        | + | 30 | 30                      | + | 30 | 5              | 5  |    |
| Coalloto. . . . .             | +            | "  | 30 | 10         | — | 8  | —                         | — | 7  | 35                      | — | 29 | 55             |    |    |
| Idem. . . . .                 | "            | 29 | 50 | —          | " | 7  | 50                        | — | 7  | 35                      | — | 29 | 55             |    |    |
| La Tejera. . . . .            | —            | "  | 30 | 30         | — | 30 | 30                        | — | 30 | 30                      | — | 30 | 30             |    |    |
| Idem. . . . .                 | "            |    |    |            |   |    |                           |   |    |                         |   |    |                |    |    |

En cada estacion se hacian ademas observaciones barométricas y termométricas una ó más veces al dia, procurando que fuese exactamente á las mismas horas en que se verificaban en la estacion de Oviedo: y por fin terminaba el trabajo recogiendo una muestra de la roca que constituia el terreno, y tomando con la brújula la dirección é inclinacion de los estratos.

## VIII.

## Cálculo de los triángulos de segundo orden.

El cálculo de los triángulos de segundo orden se ha hecho sirviendo de bases los lados del primero, cuyo valor se habia determinado de antemano.

Tanto en los triángulos completos como en los incompletos, era necesario, para hacer este cálculo, conocer ante todo la verdadera amplitud de los ángulos observados, y para esto se seguia el método ya indicado al tratar de la triangulacion de primer orden, que consistia principalmente en sacar las ocho diferencias respecto á la visual de origen, correspondientes á cada punto de los que formaban un horizonte, tomando de cada grupo de ellas un promedio final, y combinando luego estas diferencias dos á dos, por vía de sustracción, para obtener los valores definitivos.

El estado que se copia á continuacion se refiere á la estacion de la Collada de San Mamed, y hará ver con claridad lo que acabamos de explicar:

## ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.

## PROMEDIOS DE LAS DIFERENCIAS.

| Campicios. | Sierros. | Cabañas nuevas. | Iglesia de Blimea. | Pico Blanco. | Pico Vara. | Argañoso. | Iglesia de Santa Bárbara. |
|------------|----------|-----------------|--------------------|--------------|------------|-----------|---------------------------|
| '          | "        | '               | "                  | '            | "          | '         | "                         |
| » » 5      | 55       | 47 55           | 4 50               | 38 50        | 41 15      | 21 40     | 33 »                      |
| » » 6      | 5        | 47 50           |                    | 38 45        | 41 20      | 21 45     |                           |
| » » 6      | 30       | 47 45           |                    | 38 55        | 41 40      | 22 »      |                           |
| » » 6      | 45       | 47 40           |                    | 38 35        | 41 25      | 21 45     |                           |
| » » 5      | 55       | 48 40           | 2 30               | 39 10        | 41 35      | 22 15     | 35 25                     |
| » » 5      | 55       | 47 50           |                    |              | 41 20      | 22 10     |                           |
| » » 6      | »        | 47 43           |                    | 39 »         | 41 25      | 22 10     |                           |
| » » 5      | 50       | 47 40           |                    | 38 55        | 41 25      | 22 5      |                           |
| » » 44     | 263      | 377 335         | 3 80               | 268 250      | 328 225    | 173 170   | 70 25                     |
| » » 6      | 3,42     | 47 49,37        | 2 10               | 38 52,85     | 41 28,42   | 21 58,75  | 35 12,50                  |

## ESTACION DE LA COLLADA DE SAN MAMED.

| OBJETOS.                | PROMEDIOS de las diferencias. |    |       | ÁNGULOS del triángulo. |    |       |
|-------------------------|-------------------------------|----|-------|------------------------|----|-------|
|                         | '                             | "  | "     | '                      | "  | "     |
|                         | 0                             | 0  | 0     | 34                     | 6  | 3,12  |
| Campicios. . . . .      | 0                             | 0  | 0     | 56                     | 44 | 46,23 |
| Sierros. . . . .        | 34                            | 6  | 3,12  | 68                     | 54 | 3,48  |
| Cabañas nuevas. . . . . | 90                            | 47 | 49,37 | 89                     | 2  | 35,27 |
| Pico Blanco. . . . .    | 159                           | 38 | 52,85 | 44                     | 40 | 30,63 |
| Pico Vara. . . . .      | 248                           | 44 | 28,12 | 69                     | 38 | 4,25  |
| Argañoso. . . . .       | 290                           | 21 | 58,75 |                        |    |       |
| Campicios. . . . .      | 0                             | 0  | 0     |                        |    |       |

En los triángulos completos, la suma de los tres ángulos obtenidos, segun acabamos de indicar, debia componer  $180^\circ$  justos; pero esta circunstancia puede decirse que solo se realiza por casualidad, sea cual fuere la precision de los instrumentos empleados en la ob-

servacion, y por lo tanto, debemos estudiar las causas ineludibles de error que hayan podido influir en la exactitud de nuestros resultados, para deducir, en vista de las condiciones en que operábamos, el máximum admisible en la diferencia de aquella suma á  $180^\circ$ .

Por consideraciones análogas á las que hemos expuesto al hablar de la triangulacion de primer órden, hemos fijado en  $50''$  aquel máximum de error admisible en la suma de los tres ángulos; pero la experiencia ha demostrado tambien aquí, que únicamente en contados casos se llegaban á traspasar esos límites, pudiendo decirse que la mayoria de los triángulos han cerrado con exceso ó defecto de  $12$  á  $15''$ , por término medio. Efectivamente: de los 787 que en juntas componen nuestra red de segundo órden, son completos 457, y de ellos solo hay 20 en que la diferencia de la suma de sus ángulos á  $180^\circ$ , es de  $1$  á  $5''$  mayor, en exceso ó defecto, que el indicado límite: otros 15, en que esta mayor diferencia fluctúa entre  $5$  y  $10''$ : 17 en que está entre  $10$  y  $20''$ ; y por ultimo, 8 en que excede de aquel límite algo más de  $50''$ , y solo 5 en que es mayor de un minuto; pero, como veremos luego, la confianza que ofrecen los resultados nos autoriza á creer que muy poco ó nada han debido influir en ellos estos pequeños defectos.

Tambien debe notarse que de esos 65 triángulos en que el error supera al límite fijado, corresponden á la tercera brigada que operó con el teodolito de Troughton, 56 de los más defectuosos sobre los 76 completos que ha observado, no estando en este caso, entre todos los de las brigadas primera y segunda, mas que 15 y 45 respectivamente, de los cuales solo 5 de la primera cierran con más de  $1'$  de error total. Este hecho pareceria demostrar incontestablemente la superioridad de los teodolitos de Brunnerr; pero acaso tenga su natural explicacion en que el teodolito de Troughton no se hallaba en el mejor estado, por lo mucho que habia ya servido, cuando esta comision se hizo cargo de él.

Exigencia del cálculo es, que la suma de los tres ángulos de los triángulos sea exactamente igual á  $180^\circ$ ; pero como en el caso de no obtener desde luego este resultado, no se puede saber á punto

fijo cuál de ellos es defectuoso por exceso ó por defecto, ó si hay alguno exacto, se ha seguido, como se hace siempre, el sistema de dividir en tres partes iguales la diferencia en más ó en menos de dicha suma á  $180^\circ$ , agregando ó restando cada una de ellas, respectivamente, á los ángulos, para obtener los corregidos.

El exceso esférico no se ha tenido en cuenta para nada, porque es absolutamente inapreciable en el caso que nos ocupa.

En los triángulos en que solo se conocían dos ángulos, se determinaba el tercero por diferencia, y tanto estos como los que eran completos, se resolvieron considerándolos rectilíneos segun el teorema de Legendre, por medio de la fórmula de los senos  $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen.} A}{\operatorname{sen.} B}$ .

Los dos ejemplos siguientes harán ver con claridad la marcha seguida en estos cálculos.

ESTADO GENERAL  
DE LOS DATOS Y RESULTADOS OBTENIDOS PARA LOS VALORES DE LOS LADOS DE SEGUNDO ORDEN.

| Número.<br>TRIÁNGULOS. | Suma<br>de los ángulos<br>de cada<br>triángulo. |    |    | Ángulos<br>corregidos. |     |    | Logaritmos<br>de los ángulos |           |           | Valores<br>de los lazos<br>opuestos á los<br>ángulos. | OBSERVACIONES.   |
|------------------------|---|----|----|------------------------|-----|----|------------------------------|-----------|-----------|---|--|
|                        | Ángulos<br>observados.                          | "  | "  | "                      | "   | "  | "                            | "         | "         |   |  |
| 64                     | Cabañas nuevas. . .                             | 68 | 51 | 3,48                   | 62  | 18 | 40,90                        | 9,9494494 | 3,954,39  |   |  |
|                        | Pico Blanco. . .                                | 48 | 20 | 15,62                  | 51  | 18 | 20                           | 15,62     | 9,8733644 | 3,320,96  | Se hizo la corrección de los ángulos, dividiendo el exceso ó defecto á $180^\circ$ en partes iguales y sumando ó restando. |
|                        | San Mamé. . .                                   | 68 | 51 | 3,48                   | 68  | 51 | 3,48                         | 9,9697164 | 4,146,17  |   |  |
|                        | Sierros. . .                                    | 67 | 9  | 42,30                  | 67  | 9  | 49,50                        | 9,9645335 | 3,320,96  | Las observaciones con el teodolito Brunner (núm. 27). |  |
| 65                     | Cabañas nuevas. . .                             | 56 | 8  | 10,25                  | 479 | 59 | 39                           | 56        | 8         | 17,25   | 9,9192701  |
|                        | San Mamé. . .                                   | 56 | 8  | 46,25                  | 56  | 44 | 53,25                        | 9,9221010 | 3,014,69  |   |  |

En los pocos triángulos en que solo se conocía uno de los tres ángulos, se hacia uso de la fórmula adecuada para tales casos, y en los 10 ó 12 que resultan sin ningún ángulo medido, se conocieron los tres lados por los triángulos adyacentes.

El número de lados de primer orden que han servido de base para hacer el cálculo de la red de segundo, ha sido el de 25; y los estados que se copian á continuacion, darán á conocer los valores obtenidos por las tres brigadas para algunos de sus lados comunes partiendo de bases diversas, y los que obtuvieron asimismo para otros, tomando una misma base, pero valiéndose en el cálculo de datos pertenecientes á soluciones distintas.

## ESTADO

QUE EXPRESA LOS DIFERENTES RESULTADOS OBTENIDOS POR LAS TRES BRIGADAS DE SEGUNDO ÓRDEN PARA LOS DIVERSOS LADOS COMUNES QUE LES SIRVEN DE ENLACE, CALCULADOS CON DISTINTAS BASES DE PRIMERO.

| Número de orden. | Lados de segundo orden comunes á dos brigadas. | Resultados obtenidos partiendo de distinta base por la |                         | Dife-<br>rencias | Lados de primer orden que han servido de base á las tres brigadas.   |
|------------------|--|--|-------------------------|------------------|--|
|                  |  | 1. <sup>a</sup> Brigada                                | 2. <sup>a</sup> Brigada |                  |  |
| 1. <sup>o</sup>  | Peña Alta á Grandota de Oviedo. . . . .        | 4.193,88   | 4.193,88                | »                | 1. <sup>a</sup> Brigada. Polio á Otones.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Grandota de Oviedo á Grandota de Hevia.        |
| 2. <sup>o</sup>  | Peña Alta á Payuste.. . . . .                  | 3.068,63   | 3.068,43                | 0,50             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Grandota de Oviedo á Grandota de Hevia.   |
| 3. <sup>o</sup>  | Payuste á Coruyin... . . . .                   | 4.398,20   | 4.398,42                | 0,08             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones á Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Grandota de Oviedo á Grandota de Hevia. |
| 4. <sup>o</sup>  | Coruyin á Campalarga. . . . .                  | 3.644,81   | 3.644,79                | 0,02             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Vara. Peña Mea.                      |
| 5. <sup>o</sup>  | Campalarga á Pico Polio. . . . .               | 2.216,12   | 2.216,39                | 0,27             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Vara. Peña Mea.                      |
| 6. <sup>o</sup>  | Pico Polio á Cutrifera. . . . .                | 4.599,57   | 4.599,56                | 0,01             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Vara. Peña Mea.                      |
| 7. <sup>o</sup>  | Cutrifera á Cueto de Lagos. . . . .            | 5.186,14   | 5.183,90                | 0,15             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Otones Polio.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Vara. Peña Mea.                      |
|                  |  | 1. <sup>a</sup> Brigada                                | 3. <sup>a</sup> Brigada |                  |  |
| 8. <sup>o</sup>  | Villardoveyo á Santo Firme. . . . .            | 2.255,04   | 2.254,24                | 0,80             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Sierra Mante-<br>quera.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Santo Firme.      |
| 9. <sup>o</sup>  | Roxidoiro á Cayés. . . . .                     | 1.695,22   | 1.689,45                | 5,77             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pico Sierra Mante-<br>quera.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Santo Firme.      |
| 10. <sup>o</sup> | Sierra de Ujo á La Trecha. . . . .             | 4.324,92   | 4.325,76                | 0,80             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pedroso Mafalla.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Santo Firme.                  |
| 11. <sup>o</sup> | La Trecha á Canto del árbol. . . . .           | 3.200,95   | 3.200,95                | »                | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pedroso Mafalla.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Santo Firme.                  |
| 12. <sup>o</sup> | Fadiello á Canto Aguilero. . . . .             | 3.820,03   | 3.849,65                | 0,38             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Mafalla.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pando Hevia.                          |
| 13. <sup>o</sup> | Canto Aguilero á Llanos de la Sierra. . . .    | 2.984,29   | 2.982,46                | 0,87             | 1. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Fadiello Mafalla.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pando Hevia.                          |
|                  |  | 2. <sup>a</sup> Brigada                                | 3. <sup>a</sup> Brigada |                  |  |
| 14. <sup>o</sup> | Las Cuetas á Alto del Pedroso. . . . .         | 4.244,30   | 4.243,93                | 0,37             | 2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pando Fario.<br>3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Cabo Torres S. Lorenzo.                    |
| 15. <sup>o</sup> | Atalaya á La Figal. . . . .                    | 3.922,90   | 3.924,54                | 1,64             | 3. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pando Hevia.<br>2. <sup>a</sup> B. <sup>a</sup> Pando Pangran.                             |

## ESTADO

QUE EXPRESA LAS DIFERENCIAS HALLADAS EN LA LONGITUD DE VARIOS LADOS DE SEGUNDO ÓRDEN, PARTIENDO DE UNA MISMA BASE, PERO USANDO EN EL CÁLCULO DATOS REFERENTES A DOS Ó MÁS SOLUCIONES DISTINTAS.

| Número de orden. | LADOS DE SEGUNDO ÓRDEN.              | Valores obtenidos partiendo de una misma base con datos diferentes. | DIFERENCIAS. |        |
|------------------|--------------------------------------|---|--------------|--------|
|                  |                                      |   | Menor.       | Mayor. |
| 1.º              | Cimero NE. base de Grado.....        | 2.946,08  | "            | 0,07   |
|                  | Idem id. ....                        | 2.946,01  | "            |        |
| 2.º              | Pedroso Cimero.....                  | 2.149,06  | "            | 0,09   |
|                  | Idem id. ....                        | 2.149,15  | "            |        |
| 3.º              | Cimero La Cuesta.....                | 3.735,74  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.735,58  | "            | 0,16   |
| 4.º              | Pedroso Llagonin.....                | 3.953,42  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.953,29  | 0,43         | 0,28   |
|                  | Idem id. ....                        | 3.953,57  | "            |        |
| 5.º              | Llagonin La Cuesta.....              | 4.423,58  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.423,39  | 0,49         | 0,63   |
|                  | Idem id. ....                        | 4.424,02  | "            |        |
| 6.º              | Ladera Mafalla.....                  | 1.388,81  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 1.387,45  | "            | 1,36   |
| 7.º              | Mafalla Pico del Cuervo. ....        | 3.301,29  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.301,09  | "            | 0,20   |
| 8.º              | Pico del Cuervo Sierra Ujo. ....     | 3.857,26  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.856,97  | "            | 0,29   |
| 9.º              | Sierra Gallegos La Cuesta. ....      | 3.850,84  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.850,58  | "            | 0,26   |
| 10.º             | Cimero Verdasco.....                 | 5.477,79  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 5.476,78  | "            | 1,01   |
| 11.º             | Verdasco Faidiello. ....             | 4.136,73  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.135,94  | "            | 0,79   |
| 12.º             | Peña Avis Sierra de las Llanas. .... | 4.908,75  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.908,72  | "            | 0,03   |
| 13.º             | San Claudio Sierra Gallegos. ....    | 2.674,75  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 2.674,28  | "            | 0,47   |
| 14.º             | Barbavosa Tres Concejos. ....        | 7.627,49  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 7.626,22  | "            | 1,27   |
| 15.º             | Brañavalero Ablana. ....             | 4.668,48  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.667,31  | "            | 1,17   |
| 16.º             | Negrón La Tesa. ....                 | 4.614,28  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.612,97  | "            | 1,25   |
| 17.º             | Corujón Monte Sacro. ....            | 4.518,68  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 4.518,42  | "            | 0,56   |
| 18.º             | Gamonal Monte Sacro. ....            | 5.490,01  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 5.489,60  | "            | 0,41   |
| 19.º             | Monte Sacro Pico Llera. ....         | 3.444,93  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 3.444,44  | "            | 0,49   |
| 20.º             | Aramo Dos Veneros. ....              | 2.439,49  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 2.438,89  | "            | 0,54   |
| 21.º             | Coañaones Campañones. ....           | 5.991,04  | "            |        |
|                  | Idem id. ....                        | 5.990,46  | "            | 0,58   |

Como se ve, las diferencias que arrojan estos estados se encierran todas en límites muy estrechos; y únicamente la de 5<sup>m</sup> que se advierte en las longitudes de uno de estos lados, calculado respectivamente por las brigadas 1.<sup>a</sup> y 5.<sup>a</sup> partiendo de distintas bases, supone un error de alguna consideración. Es, sin embargo, presumible si se atiende á la exageración relativa de esa cifra respecto á la uniformidad é insignificancia de las demás, que no resulte enteramente esa diferencia de los errores naturales de la observación, si no que proceda en parte de haber hecho acaso las dos brigadas estación en distintos sitios, al llegar al enlace, ó de no haber visado á los mismos puntos, á consecuencia de haber desaparecido ó cambiado alguna señal, cosa que con facilidad puede acontecer alguna vez. Por lo demás, este error que á primera vista parece ser de alguna importancia, no la tendría en ningún caso muy grande, porque no puede trascender á otros lados; y de todos modos, cuando las brigadas topográficas vayan á llenar aquellos triángulos, se podrá rectificar esta equivocación, si existe, al comprobar los puntos en que se hallan los diferentes vértices. Creemos, pues, en resumen, que estos resultados son satisfactorios, y que nos ofrecen una prueba suficiente, en apoyo de lo que apuntábamos más arriba sobre la exactitud alcanzada en el cálculo de la red de segundo orden.

## IX.

## Diferencias de nivel.

Las diferencias de nivel en la triangulación de segundo orden, se han determinado trigonométrica y barométricamente.

Respecto al primer método, había que distinguir dos casos, según se tenían ó no observaciones reciprocas de las distancias zenitales, ó en su caso de los ángulos al horizonte, determinados previamente conforme hemos dicho antes.

Las dos fórmulas empleadas en uno y otro caso, han sido las mismas de que ya nos hemos valido en los cálculos de primer orden.

1.º  $dN = K \tan. \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta) \sec. \frac{\theta}{2}$ , para las distancias zenitales reciprocas, que se reducía á la forma más sencilla,  $dN = K \tan. \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta)$ , por ser el valor de  $\sec. \frac{\theta}{2}$  muy aproximado á la unidad; y la segunda, que tiene por expresión  $dN = K \cot. \Delta + 0,42 \frac{K^2}{R}$ , para el caso de tener una sola distancia zenithal. En esta última fórmula entra la corrección por error de refracción, que, como es sabido, no se necesita tener en cuenta cuando se hace uso de la primera. Tampoco era necesario reducir al punto de mira las distancias zenitales, cuando eran reciprocas, porque se consideraba igual la altura á que se colocaba el instrumento en todas las estaciones, como así era, en efecto, con cortísima diferencia; y solo cuando se empleaba una sola distancia zenithal, había que agregar ó restar esa altura del resultado, segun que se visaba por encima ó por debajo del punto de estación.

Si los ángulos medidos eran los de pendiente, se tomaba la tangente de la semi-suma de las dos observaciones cuando se aplicaba la primera fórmula; y se tomaba tambien la tangente en el segundo caso, pues es sabido que la distancia zenithal es el complemento del ángulo formado con la horizontal.

El valor de  $K$ , que figuraba siempre en el cálculo, era el del lado geodésico reducido al nivel del mar, pues no era nunca apreciable su diferencia con la cuerda del arco que pasaba por uno de los puntos.

Los dos ejemplos que siguen darán una idea clara de la marcha del cálculo:

| Vértices<br>reciprocos. | Ángulos zenitales. |    | Diferencias. |   | Semidiferencias. |    | Logaritmos de las tang.<br>de las semidi-<br>ferencias. |    | Logaritmos de<br>los lados. |           | Suma - 10. | Diferencia de<br>nivel. | Fórmula<br>$dN = K \tan \frac{1}{2} (\Delta' - \Delta)$ |
|-------------------------|--------------------|----|--------------|---|------------------|----|---|----|-----------------------------|-----------|------------|-------------------------|---|
|                         | 0                  | "  | 0            | " | 0                | "  | 0   | "  | 0                           | "         |            |                         |   |
| Pico blanco.            | 89                 | 22 | 47,5         | 4 | 47               | 35 | 0   | 38 | 47,5                        | 8,0524830 | 3,5970800  | 1,6193630               | 44,62   |
| San Maméz.              | 90                 | 40 | 22,5         | " | "                | "  | "   | "  | "                           | "         | "          | "                       | "   |
| Las Brañas.             | 84                 | 22 | 46,25        | " | "                | "  | "   | "  | "                           | "         | "          | "                       | "   |
| Peña Rubia.             | "                  | "  | "            | " | "                | "  | "   | "  | "                           | "         | "          | "                       | "   |

ESTACION DE . . . . .

|              |       |        |        |
|--------------|-------|--------|--------|
| Pico blanco. | 44,62 | 236,42 | 237,92 |
| San Maméz.   | "     | "      | "      |
| Las Brañas.  | "     | "      | "      |
| Peña Rubia.  | "     | "      | "      |

por la refracción.  
altura del trípode.

Una vez halladas todas las diferencias de nivel, era preciso, para determinar la altura de los diversos puntos sobre el del mar, referirlos á uno de primer orden cuya cuota fuese conocida. En las campañas de 1864 y 1865, el vértice de referencia fué el de Grandota de Oviedo, y luego que se conoció su altura sobre el nivel del mar, se calcularon todas las cuotas de segundo orden respecto á este nivel.

Para la nivelacion barométrica se recogian observaciones en todos los puntos de estacion de segundo orden, y los instrumentos empleados con este objeto, han sido, segun hemos indicado ya, los barómetros aneroides del conocido sistema de Vidi.

Hemos hecho uso en el cálculo de la fórmula de Laplace, que ya conocemos, valiéndonos al propio fin de las tablas que nos ofrece el *Annuaire du Bureau des longitudes*.

En el siguiente estado se hallarán agrupadas las observaciones hechas en varias estaciones, y las verificadas en los mismos días y horas en la estacion de Oviedo, advirtiéndose en las que se refieren á los aneroides, que no hay valor de  $T'$  anotado en la columna respectiva, por corresponder á la temperatura del mercurio del barómetro.

ESTADO RELATIVO Á ALGUNAS DE LAS OBSERVACIONES BAROMÉTRICAS.

| ESTACIONES.        | MESES.       | Días | HORAS.      | ESTADO          |                      | ANEROIDE.       |         | FORTIN. |             | OBSERVACIONES. |
|--------------------|--------------|------|-------------|-----------------|----------------------|-----------------|---------|---------|-------------|----------------|
|                    |              |      |             | En la estacion. | En Oviedo.           | En la estacion. | Oviedo. | T'      | t           |                |
| San Mamed. . . . . | Agosto. . .  | 45   | 42 m. 12 m. | Lluvia .        | Celajes. .           | 710             | "       | 25°     | 744,6 19°   | 23°            |
| Campicios. . . . . | Julio. . . . | 29   | 9,5 m. 9 m. | Celajes. .      | Idem. . .            | 639,5           | "       | 18      | 748,8 20,25 | 21,75          |
|                    |              |      | 42 m. 12 m. | Idem. . .       | Nublado. .           | 698,5           | "       | 22      | 748,6 20,75 | 22             |
|                    |              |      |             |                 | Término medio. . . . | 699             | "       | 20      | 748,7       | 24,80          |
| Sierros. . . . .   | Julio. . .   | 10   | 42 m. 12 m. | Celajes. .      | Celajes. .           | 728             | "       | 49      | 749         | 48 21          |
|                    |              |      | 4 t.        | 4 t.            | Nublado. Idem.       | 726             | "       | 20      | 748,2       | 49 49          |
|                    |              |      |             |                 | Término medio. . . . | 727             | "       | 19,5    | 748,6       | " 20           |
| Cabañas nuevas. .  | Julio. . .   | 43   | 12 m. 12 m. | Celajes. .      | Despejado            | 701,7           | "       | 24      | 743,5       | 24 24          |
|                    |              |      | 4 t.        | 4 t.            | Idem. . .            | 701             | "       | 25      | 743,8       | 22,5 24,5      |
|                    |              |      |             |                 | Término medio. . . . | 701,3           | "       | 24,5    | 743,6       | " 22,25        |

Las observaciones hechas por la segunda brigada, lo fueron con el barómetro aneroide número 4023. Y las de la estación de Oviedo con uno de Fortin.

Ahora pondremos á continuacion un ejemplo de cálculo hecho con los datos tomados en 15 de Agosto de 1865 en la estacion de San Mamed, y con los que en el mismo dia y hora se tomaron en la de referencia.

ESTACION DE SAN MAMED.

$$H = 746,6. \dots . 8.251,42$$

$$h = 740. \dots . 7.852,50$$

$$t = 25^{\circ}$$

$$t' = 25$$

$$\underline{378,92}$$

$$\frac{a}{1000} 2(t+t') = \dots + \underline{56,58}$$

$$A = 415,50$$

$$\text{Tabla 5.}^{\circ} \underline{1,40}$$

$$416,40$$

$$\text{Tabla 4.}^{\circ} \underline{0,00}$$

416,40 Altura sobre la estacion de Oviedo.

Las alturas obtenidas de este modo se referian, primero, á la estacion de Oviedo, y luego al nivel del mar.

Con objeto de conseguir la mayor exactitud posible en las indicaciones de los aneroides, se tenia el cuidado, al principio de cada campana, de estudiar escrupulosamente su marcha, comparandola con la del barómetro de Fortin; pero á pesar de esta y las demas precauciones que se tomaron, los cálculos nos han dado, respecto á las cuotas obtenidas trigonométricamente, diferencias considerables que, para las grandes alturas, alcanzan hasta 500 metros, si bien debemos decir que en algunas más pequeñas las cifras halladas son bastante parecidas. Creemos, sin embargo, que no se puede abrigar la menor duda sobre cuáles de estos resultados deben inspirarnos más confianza.

Los barómetros aneroides, por su especial construccion, sufren

sensibles alteraciones en su mecanismo, y está probado que al cabo de algun tiempo pierden la regularidad de su marcha respecto á la del de mercurio. Contribuye tambien á falsear los resultados obtenidos por este sistema, la imposibilidad de apreciar debidamente la influencia de la temperatura, que entra por mucho en la presion atmosférica, y ademas, en el caso que nos ocupa, la division igual del limbo en los barómetros que hemos usado, supone uniformidad en la tension del resorte, lo cual no es exacto para todas las presiones: asi es, que las tentativas hechas hasta ahora para aplicar este instrumento á los trabajos geodésicos, han sido infructuosas, habiendo demostrado todas ellas lo que hoy nos parece incuestionable, y se desprende asimismo de nuestra propia experiencia; es decir, que no son aplicables estos instrumentos para determinar grandes diferencias de nivel.

Si ahora examinamos, por el contrario, el resultado del cálculo trigonométrico, veremos que sobre 257 cuotas determinadas por las brigadas 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup> de segundo orden, por dos ó más soluciones distintas, hay 91 en que las diferencias medias de sus diversos valores se mantienen entre 0 y 25 centímetros; 71 en que estas diferencias fluctúan entre 0<sup>m</sup>,25 y 0<sup>m</sup>,50; 55 en que es de 0<sup>m</sup>,50 á 1<sup>m</sup>; y por ultimo, 19 en que pasa de 1<sup>m</sup> sin llegar á 1<sup>m</sup>,50, no habiendo más que 5 en la 2.<sup>a</sup> brigada en que las cifras halladas difieren en más de 1<sup>m</sup>,50 sin llegar á 2<sup>m</sup>, y un solo caso en que la diferencia excede algo de esta última cantidad. Ciento es que la 5.<sup>a</sup> brigada no ha alcanzado el mismo grado de exactitud en sus observaciones, pues de 68 alturas sobre el nivel del mar, que calculó valiéndose de varias soluciones, es la diferencia media de los valores hallados en 4, de 0 á 0<sup>m</sup>,25; en 7, de 0<sup>m</sup>,25 á 0<sup>m</sup>,50; en 18, de 0<sup>m</sup>,50 á 1<sup>m</sup>; en 7, de 1<sup>m</sup> á 1<sup>m</sup>,50; en 8, de 1<sup>m</sup>,50 á 2<sup>m</sup>; en 12, de 2<sup>m</sup> á 2<sup>m</sup>,50; en 2, de 2<sup>m</sup>,50 á 3<sup>m</sup>; en 4, de 3<sup>m</sup> á 3<sup>m</sup>,50; en 5, de 3<sup>m</sup>,50 á 4<sup>m</sup>; y por ultimo, en otros 5, de 4<sup>m</sup> á 4<sup>m</sup>,50. Pero aun estas cifras nos parece que se encierran dentro de los errores naturales del instrumento, si se atiende, sobre todo, al estado algo deteriorado del teodolito Troughton, y la mayor incertidumbre que hay siempre en la medicion de

los ángulos zenitales ó de pendiente; y creemos, por lo tanto, que, en virtud de lo expuesto, debemos resueltamente desechar las cuotas halladas barométricamente, y atenernos á las trigonométricas.

## X.

### Comprobacion de las operaciones.

Despues de haber calculado nuestra red geodésica de primero y segundo órden, habia llegado el momento de buscar una comprobacion general de los resultados obtenidos.

Dos son los medios que los autores enseñan para alcanzar este fin: uno de ellos nos lo proporciona la observacion astronómica de la latitud y longitud de todos los vértices y del azimut de los lados, comparando luego estos resultados con los del cálculo verificado partiendo de un punto del que previamente se hubiesen determinado esas coordenadas, y valiéndose para hallar las correspondientes á los demás, de los elementos de los triángulos; y el otro consiste en la medicion directa de una ó más bases, cuya medida debe estar conforme con la longitud obtenida geodésicamente.

Respecto al primer método, nos habia sido difícil aplicarlo en el caso actual, por carecer de los medios necesarios; pero debemos consignar tambien, que no es el que podia conducirnos á las más exactas conclusiones. En primer lugar, la longitud y latitud solo se pueden obtener astronómicamente, con uno á dos segundos de aproximacion á lo sumo, lo que ya corresponde, en metros, á un error de bastante importancia; y por otro lado, es difícil que pueda existir acuerdo en ningun caso entre los dos resultados del cálculo y la observacion, porque en las fórmulas usadas en aquel, entra el factor  $e^2$ , que varia segun el valor que se adopte para el aplasta-

miento de la tierra, de cuya forma hay razones fundadas para creer que no es enteramente regular. Asi lo han demostrado los admirables trabajos geodésicos hechos en Francia para hallar la longitud del arco de meridiano, en los cuales se ha visto, que de las siete bases que entonces se midieron con las más delicadas precauciones, han estado siempre en perfecto acuerdo, salvo errores insignificantes, los resultados directos de la medicion con los obtenidos geodésicamente, mientras que en las coordenadas geográficas y azimuts determinados de uno y otro modo, se han encontrado diferencias que han llegado hasta  $8''$  en las latitudes, á más de  $20''$  en las longitudes, y hasta 50 y más segundos en los azimuts, lo que supone errores de todo punto inadmisibles por ser muy superiores á los que se pueden cometer en la observacion.

Nos hemos atenido, pues, al segundo sistema, y ya al principio hemos manifestado, que despues de un minucioso reconocimiento, se habia elegido al extremo occidental de nuestra red, para situar la base de comprobacion, un trozo recto de la carretera de Oviedo á Grado entre las aldeas de San Pelayo y Peña Flor.

El aparato de reglas que anteriormente hemos descrito, es el que nos ha servido en esta nueva medida, en la que nos ha sido muy provechosa la experiencia adquirida en la base de Noreña.

Hé aquí ahora la marcha seguida en esta operacion.

Se principió por fijar los extremos de esta base en el paseo de la carretera, por medio de dos grandes sillares de caliza de forma prismática cuadrada, empotrados en el terreno del modo más seguro posible, y puestos ademas en situacion exactamente vertical. Las caras superiores de estos prismas se igualaron con el mayor cuidado, procurando dejarlas bien horizontales; y despues de trazar sobre cada una las dos diagonales, y otras dos rectas perpendiculares á sus lados de modo que se cruzasen en el centro, se practicó en ellos un pequeño taladro, en el que se introdujo una cuña de madera destinada á recibir un clavo que sobresalía uno ó dos centímetros, poco más ó menos, determinando asi perfectamente los dos puntos de salida y llegada de la medicion.

Una vez hecho esto, se procedió á la alineacion, empleando al efecto uno de los teodolitos pequeños excéntricos de Brunnerr; y para conseguir que el plano vertical pasando por el eje óptico del anteojos cayese sobre la punta saliente del clavo que determinaba uno de los extremos, se colocó el instrumento hágia un lado de la cara superior del pilar, y despues de dirigir el anteojos en la dirección de la base, se aplicaron dos plomadas, una al centro del objetivo y otra al del ocular, y se veia si la punta del clavo estaba ó no en la misma linea determinada por ellas. Despues de varios tanteos se logró centrar el teodolito, y para facilitar en los dias sucesivos su colocacion, se tuvo el cuidado de marcar en la piedra los sitios que ocupaban los tejos sobre que descansaba el instrumento.

Para fijar la puntería se envolvió el clavo del otro extremo de la base en un cilindro de papel que lo hacia perfectamente visible, y despues de colocado y rectificado el teodolito, se plantaron en toda la linea una serie de jalones á distancia de 40 ó 50 metros unos de otros, que al mismo tiempo que dividian la base en varias secciones, servian sucesivamente, segun iba avanzando la medicion, de puntos de mira para colocar las reglas en linea recta. Estos jalones tenian de dos y medio á tres metros de largo, y estaban terminados á uno de sus extremos por un regaton de hierro que servia para fijarlos en el suelo. Se colocaban en la vertical haciendo uso de una plomada para rectificar su posicion en el sentido del plano de la base, y corrigiendo con el hilo vertical del reticulo, cualquiera desviacion lateral.

Al proseguir el trabajo cada dia, se colocaban ante todo los jalones verticalmente, en los mismos puntos que ocuparan desde el principio; y el instrumento permanecia fijo en uno de los pilares extremos, para evitar cualquiera desviacion de las reglas de la linea recta, ó en la posicion de los jalones.

La medicion partió del extremo SO. cerca del lugar de San Pelayo, colocando la regla núm. 4 en posicion horizontal, de manera que la lengüeta se hallase mirando hágia el primer pilar para establecer con ella el contacto con el clavo que determinaba la extremi-

dad de la base. Luego se colocó la segunda regla perfectamente alineada, dejando entre una y otra un pequeño intervalo que, como sabemos ya, se apreciaba por medio de las lengüetas, y el trabajo se prosiguió en este mismo órden hasta llegar al otro extremo.

Las reglas se alineaban con el auxilio de las dos pinulas que cada una lleva á sus extremos, y que se tenia el cuidado de rectificar con frecuencia, sirviendo de punto de mira el jalón más próximo, en el cual se colocaba, á una altura conveniente, un pequeño cilindro de papel que servia para fijar mejor la puntería.

Dos auxiliares estaban encargados de levantar y colocar de nuevo las reglas hágia adelante, y esta operacion se facilitaba tendiendo una cuerda de un jalón á otro para indicar, poco más ó menos, el sitio en que debian colocarse los trípodes.

Dos observadores, provistos cada uno de una libreta, establecian separadamente el contacto y hacian la lectura de las lengüetas, cuya operacion repetian siempre que no resultaba acuerdo en sus respectivas anotaciones. Estas libretas ó registros tenian la misma forma que los que se adoptaron en la medicion de la base de Noreña.

Para fijar el punto de referencia al terminar la tarea de cada dia, ó al suspender el trabajo por una causa cualquiera, se bajaba una plomada desde la contera de la ultima regla que se habia colocado, y en el sitio donde tocaba en el suelo, se introducia una estaca á fuerza de mazo. Se hacia luego descender por segunda vez la plomada, y entonces se marcaban en su extremo dos rayas en cruz sobre la cabeza de un clavo introducido en dicha estaca.

Al proseguir otro dia la medicion, se colocaba en linea la primera regla, con la lengüeta mirando hágia la estaca, y despues se hacia correr esta por medio de la cremallera hasta que una plomada suspendida á su extremo llegaba á tocar en el punto señalado la víspera. La lectura de la lengüeta y la coincidencia de la plomada y el punto de referencia, se hacian tambien dos veces por lo menos, como en los contactos de reglas y lengüetas. El diámetro de los hilos de las plomadas y el de los clavos que marcaban los extremos de

la base, se tenia en cuenta para agregarlo al resultado final de la medida.

Al aproximarse la operacion á su término, se procuró espaciar las reglas, de modo que la contera de la última llegase sobre la cara superior del sillar del extremo de la base, para facilitar la medicion de la pequena distancia hasta el clavo, que así pudo tomarse con una escala de marfil perfectamente dividida, y que en otro caso habria ofrecido serias dificultades.

Habiendo medido esta base en linea recta horizontalmente, y prescindiendo, por las fundadas razones que á su tiempo hemos explanado, de las variaciones de temperatura, ningun término de correccion debe, por estos diversos conceptos, afectar el resultado. Solo, pues, habrá de tenerse en cuenta el que puede provenir de la reduccion al nivel del mar, y las alteraciones á que puede dar origen la comparacion de nuestras reglas con el metro-tipo, así como los errores materiales en la division de las lengüetas que, como veremos, son de bastante consideracion, y serán objeto luego de un examen detenido.

Terminada esta primera medida, se repitió asimismo, y observando las mismas precauciones, partiendo del extremo NE. cerca del lugar de Peña Flor.

Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

|                                |                          |
|--------------------------------|--------------------------|
| Marchando de SO. á NE. . . . . | 1.425 <sup>m</sup> ,7248 |
| Marchando de NE. á SO. . . . . | 1.425 <sup>m</sup> ,7160 |
| Promedio. . . . .              | 1.425 <sup>m</sup> ,7204 |

Debemos añadir ademas, en prueba de la confianza que debe inspirarnos esta operacion, que en la segunda medida se iban comprobando las diferentes secciones de la base, y que nunca excedieron las diferencias halladas de 0,008 á 0<sup>m</sup>,009.

Segun se verá por la figura 12, se enlazó esta nueva base con el lado Mafalla Pedroso, que es de los extremos de la triangulacion hacia la parte O., y su valor, calculado por una cadena de 17 trian-

|   |          |
|---|----------|
| gulos partiendo de la base de Noreña reducida al nivel del mar, y tomando el promedio de dos resultados distintos, es de. . . . | 1.125,90 |
| Promedio de las dos mediciones directas reducido al nivel del mar. . . . .  | 1.125,71 |
| Diferencia. . . . .   | 0.000,19 |

Si se tiene en cuenta el gran espacio recorrido para llegar de una á otra base, no parecerá, ciertamente, excesiva esta diferencia, que por lo demas, se encierra dentro de los estrechos límites en que se mantienen las que se hallan para el valor de un mismo lado, calculado por distintas soluciones. Creemos, pues, que por lo menos hacía aquella region, ofrece toda la exactitud apetecible la triangulacion establecida; y admitiendo, como es probable, que sucediera lo mismo en todas las zonas, puesto que los datos son parecidos, hay fundamento para creer que los trabajos están bien ejecutados; si se atiende sobre todo á la grosera imperfeccion del aparato de reglas que, por otro lado, no ofrecen medio alguno serio para fundar un cálculo que nos permita apreciar la importancia de los errores que puede originar. Otro inconveniente irremediable en Asturias para el buen éxito de la operacion, es el de que las bases son demasiado pequeñas; pero al ocuparnos del enlace con los lados de Estadística, veremos otra prueba de su exactitud.

## XI.

### Azimut de un lado.

Una vez verificadas todas las operaciones que por su órden cronológico acabamos de describir, y que consideramos como una continuacion de los trabajos de la Carta de España, de la cual ya hemos dicho que poseíamos en nuestra triangulacion algunos lados de pri-

mer orden, todavía nos restaba, para completar nuestros datos, hallar la longitud y latitud de un punto, y el azimut de un lado. Pero esta Comisión carece de instrumentos á propósito para determinar la longitud de un punto; y aunque con el teodolito descrito se podía observar la latitud, hemos preferido no hacerlo, por haber advertido últimamente en el limbo zenital una ligera inclinación sobre su eje de rotación, probablemente ocasionada por su mucho servicio en tantas campañas, que no nos permitía tener entera confianza en los resultados. Por lo demás, estos datos, que no son de gran importancia para nosotros, nos los ha de proporcionar en su día con gran exactitud, la Comisión de estadística, sin que por esto, el plano que mientras tanto se dibuje, deje de llenar cumplidamente el objeto apetecido para el estudio industrial de la cuenca.

En cuanto á la determinación del azimut de un lado, era operación necesaria, no solo para orientar el plano, sino para verificar con su ayuda un cálculo de coordenadas para todos los vértices de primer orden, con el objeto de facilitar y hacer con más exactitud el trazado del plano. Se comprende, en efecto, que adoptando la escala de 1 por 50.000, resultan para esos lados grandes líneas que no podrían con facilidad ser abarcadas con el compás; y si, por regla general, el trazado por intersecciones es ocasionado á grandes errores que se van acumulando, con más razon sería defectuoso en el caso presente.

Ningún inconveniente ofrecía, por lo demás, para verificar esta operación, el defecto del teodolito de que acabamos de hacer mérito, pues tratándose de un ángulo horizontal, la inversión del instrumento, de derecha á izquierda, nos garantizaba toda la exactitud posible en la observación.

Los ejes de coordenadas son rectangulares, y atendida la poca extensión del plano, puede considerárselas en su conjunto, sin error apreciable, como un sistema de meridianos y paralelos formando una proyección cilíndrica desarrollada sobre un plano.

La base de Grado fué el lado elegido para determinar el azimut, siguiéndose el método indicado en todas las ediciones del Anuario

del Observatorio astronómico de Madrid, que consiste principalmente en hallar varios horarios de la polar, teniendo en cuenta las coordenadas geográficas del lugar y la hora del tiempo medio.

Todos los cálculos se llevan á cabo con el auxilio de dos tablas, de las cuales una nos da, de cinco en cinco días, la hora de tiempo local medio á que dicha estrella pasa por el meridiano de Madrid, hallándose la correspondiente á los días intermedios, por medio de una tablita supletoria que lleva adiconada; y la otra, que contiene los ángulos reducidos al horizonte que la visual á la Polar forma con el meridiano, de cinco en cinco minutos de tiempo, y desde tres á nueve horas antes ó despues de su paso por este plano, para los diferentes grados de latitud de España.

La longitud y latitud del sitio eran conocidas con bastante aproximación; faltaba solamente tener, con la mayor exactitud, la hora del tiempo medio, pues el buen éxito de esta operación, como el de todas las observaciones astronómicas, depende, en gran parte, del conocimiento preciso de la hora en que se verifican.

El Anuario del Observatorio de Madrid, indica como suficiente, en el caso que nos ocupa, para conocer el estado de adelanto ó atraso de un reloj, la observación del orto y ocaso del sol en el lugar en que deba operarse, haciendo luego la corrección correspondiente á la diferencia de latitud con Madrid; pero este sistema no ofrece toda la exactitud necesaria, sobre todo aquí, en que es tan difícil hallar un horizonte despejado. Esta causa, pues, unida al deseo de proceder en todo con la mayor escrupulosidad posible, nos ha movido á valernos para este fin de otros medios que, estando casualmente en nuestra mano, ofrecían la mayor garantía de precisión.

Un excelente péndulo de Dent que posee la Escuela Náutica de Gijón, es el instrumento de que nos hemos servido para determinar la hora. El método que se ha seguido es el de las alturas correspondientes, que se funda en que, observado un astro á la misma altura al E. y al O., son iguales sus ángulos horarios; de modo, que si se anotan las horas de un cronómetro ó de un péndulo cuando se halla de uno y otro lado á la misma distancia zenital, su promedio será

la que marcaba el instrumento en el instante del paso de dicho astro por el meridiano.

Si representamos, pues, por  $H$  la hora que se busca, y por  $t$  y  $t'$  las indicaciones del péndulo, tendremos para el valor de  $H$ .....,  
 $H = \frac{t+t'}{2}$ .

Para tomar las alturas nos hemos valido de un sextante que aprecia  $10''$ , y de un horizonte artificial de mercurio.

Una serie de observaciones hechas con intervalo de quince á veinte dias de una á otra, nos ha dado á conocer la marcha admirable de dicho péndulo, y con una precision matemática, su estado y movimiento, no siendo su adelanto más que de  $0'',11$  en 24 horas.

Como ejemplo de los cálculos hechos y del sistema seguido en las observaciones, damos el siguiente cuadro, en que aparece el resultado obtenido en las verificadas el dia 12 de Octubre de 1867.

El astro observado era el sol, y se tomó una serie de alturas con diferencia de  $10'$  de una á otra

Tal seria la hora marcada por el péndulo á medio dia verdadero, si el sol describiese siempre un mismo paralelo; pero variando su

declinacion continuamente, varia tambien su horario para una misma altura tomada antes y despues de su paso por el meridiano, y por lo tanto la hora hallada mas arriba necesita sufrir una correccion que vamos a determinar.

Ya hemos dicho que el valor de  $H$ , cuando la declinacion del astro no varia, es  $H = \frac{t+t'}{2}$ . En el caso que nos ocupa, si representamos por  $p$  el ángulo horario del sol en la observacion de la mañana, el correspondiente á la misma altura en la observacion de la tarde, tendrá un valor distinto, que podremos representar por  $p' = p + \alpha$ , pudiendo ser alfa una cantidad positiva ó negativa. Pero el valor de  $H$  es entonces  $H = t + p$  ó  $H = t' - p'$ ; de donde  $2H = t + t' + p - p'$ . Y en definitiva  $H = \frac{t+t'}{2} + \frac{p-p'}{2} = \frac{t+t'}{2} - \frac{\alpha}{2}$ ; es decir, que la hora correspondiente al promedio de las alturas del sol debe sufrir una corrección de  $-\frac{\alpha}{2}$ , para que sea la del péndulo ó cronómetro á medio dia verdadero.

Para hallar  $\frac{\alpha}{2}$ , supongamos (fig. 15) que  $P$  sea el polo,  $Z$  el zenith y  $S$  la situación del sol en el momento de la observación.

Representemos por  $z$  la distancia zenithal del punto  $S$ ; por  $D$  su declinación, y por  $L$  la latitud del lugar de la observación, y tendremos:

$$\text{Arco } PZ = 90^\circ - L$$

Arco  $PS = 90^\circ - D$ ; y el triángulo esférico

PSZ nos dará:

$$1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos. z = \cos. PZ \cos. PS + \sin. PZ \sin. PS \cos. p = \\ \quad \sin. L \sin. D + \cos. L \cos. D \cos. p. \end{array} \right.$$

En el triángulo correspondiente del otro lado del meridiano, ó sea en el momento de hacer la segunda observación, la distancia zenithal no varía, pero  $D$  y  $p$  se convierten en  $p + \alpha$  y  $D + \delta$ : y entonces tendremos:

$$\cos, z \equiv \sin, L \sin, (D + \delta) + \cos, L \cos, (D + \delta) \cos, (p + \alpha),$$

Desarrollando ahora, y considerando ademas que  $\delta$  y  $\alpha$  son bastante pequeñas para que, sin error sensible, se igualen sus coseños

á la unidad, y se tomen los arcos por los senos; y despreciando los términos en que entre el producto  $\delta$  por  $\alpha$ , tendremos, en último resultado,

$$2 \left\{ \begin{array}{l} \cos. z = \operatorname{sen.} L \operatorname{sen.} D + \delta (\operatorname{cos.} D \operatorname{sen.} L - \operatorname{cos.} L \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} p) \\ + \operatorname{cos.} L \operatorname{cos.} D \operatorname{cos.} p - \alpha \operatorname{cos.} D \operatorname{cos.} L \operatorname{sen.} p. \end{array} \right.$$

Si ahora restaramos la fórmula 1 de la 2, eliminariamos  $\alpha$  y  $z$ , resultando una relación independiente de la distancia zenithal, y que sería la misma para todos los pares de alturas correspondientes que se quieran combinar; pero el mismo resultado se obtiene por el cálculo diferencial tomando la ecuación 1, en la cual  $z$  y  $L$  son constantes y  $D$  y  $p$  variables.

Diferenciando, pues, tendremos  $\delta = \operatorname{sen.} L \operatorname{cos.} D \cdot dD - \operatorname{cos.} L \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} p \cdot dD - \operatorname{cos.} L \operatorname{cos.} D \operatorname{sen.} p \cdot dp$ ; y sacando de aquí el valor de  $dp$ ,

$$dp = dD \frac{\operatorname{sen.} L \operatorname{cos.} D - \operatorname{cos.} L \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} p}{\operatorname{cos.} L \operatorname{cos.} D \operatorname{sen.} p} = \\ dD \left( \frac{\operatorname{tang.} L}{\operatorname{sen.} p} - \operatorname{tang.} D \operatorname{cot.} p \right).$$

Si sustituimos ahora este valor  $dp$  en la expresión de  $H$ , será:

$$H = \frac{t+t'}{2} - \frac{dD}{30} \left( \frac{\operatorname{tang.} L}{\operatorname{sen.} p} - \operatorname{tang.} D \operatorname{cot.} p \right) = \\ \frac{t+t'}{2} + \frac{dD}{30} \left( \operatorname{tang.} D \operatorname{cot.} p - \frac{\operatorname{tang.} L}{\operatorname{sen.} p} \right).$$

dividiendo por 15 con objeto de convertir el ángulo en tiempo.

El valor de  $p$  se puede deducir de la ecuación 1; pero se obtiene con toda la exactitud necesaria, tomando  $p = \frac{t'-t}{2}$ . En cuanto al valor de  $D$ , se puede tomar, sin error apreciable, el de la declinación del sol á medio dia medio en el lugar de la observación.

Aplicaremos ahora esta fórmula al caso que nos ocupa. Los datos son los siguientes:

$D = 7^\circ, 20', 5''$ , que es la declinación del dia 12 de Octubre á medio dia medio del meridiano de San Fernando, y con la aproximación suficiente para el de Gijón, cuya longitud respecto al pri-

mero es de  $54', 17'', 50$  al E., ó sean en tiempo  $2', 17''$ . Este término es negativo por hallarse el sol en los signos inferiores.

$v = 22', 52''$ , variación diurna de la declinación. También es negativo este término, por ser el movimiento del sol hacia el polo Sur.

$L = 43^\circ, 54', 45''$  latitud de Gijón

$2\theta = t' - t = 2^\text{h}, 50^\text{m}, 52^\text{s}, 75$ , que es el término medio del intervalo transcurrido entre las observaciones de la mañana y de la tarde; y expresado en grados  $42^\circ, 45', 41''$ .

Para hallar ahora el valor de  $d \cdot D$ , que es la variación de la declinación correspondiente á este intervalo, haremos la proporción siguiente:

$$24 : v = 2 \theta : d \cdot D = \frac{v}{12}.$$

Y sustituyendo este valor  $d \cdot D$  en la expresión  $d \cdot p$ , tendremos por último

$$-\frac{1}{2} d.p = \frac{v}{360} \left( \operatorname{cot.} \theta \operatorname{tan.} D - \frac{\operatorname{tan.} L}{\operatorname{sen.} \theta} \right).$$

Poniendo en lugar de  $p$  su valor  $\theta$  en grados, y aplicando los logaritmos, dispondremos los cálculos del modo siguiente:

$$\begin{array}{ll} \text{Log. } \theta = 4,423991 \dots \dots \dots = 0,1535073 & \text{Comp. log. } 360 = 3,4436973 \\ \text{Log. } v = 1,332'' \dots \dots \dots = 3,4309767 & \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 0,7281813 \\ \text{Log. cot. } \theta = 0,4077245 & \text{Log. tan. } L = 9,9784547 \\ \text{Log. tan. } D = \frac{9,4096426}{9,5173674} & \text{Log. sen. } \theta = \frac{9,5613702}{0,4170813} \\ \hline & \hline \\ 1.^{\text{a}} \text{ parte. } 0,2455486 & 1'', 76 \quad 2.^{\text{a}} \text{ parte. } 0,6626304 = 43'', 97 \\ & \hline & \hline & 4,76 \\ & & & \text{Ecuación de altura } 45,73 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Medio dia sin corregir.} & \dots \dots \dots & 23^\text{h}, 46^\text{m}, 34,43 \\ \text{Ecuación de alturas.} & \dots \dots \dots & 45,73 \\ \hline & & \end{array}$$

$$\text{Hora del péndulo á medio dia verdadero. } 23^\text{h}, 46^\text{m}, 50,48.$$

Y para conocer su estado en adelanto ó atraso respecto al tiem-

po medio, hallaremos la expresion de este á medio dia verdadero, sustrayendo de  $24^h$  la ecuacion de tiempo, que es el 12 de Octubre, igual á  $15', 25'', 52$ , y tendremos. . . . .  $24^h, 0^m, 0^s$

15 , 25,52

tiempo medio á medio dia verdadero. . . . .  $25^h, 46^m, 56,48$  cuya hora, comparada con la del péndulo, hallada más arriba, nos indica que el estado absoluto de este el 12 de Octubre, era de  $15'',70$  en adelanto.

Determinada asi la marcha del péndulo, se arregló á ella un excelente cronómetro de bolsillo, y se hizo constar su estado en un gran número de observaciones comparativas, siendo el dia 12 de Noviembre de  $50''$  en adelanto sobre el tiempo medio.

Hechos estos preparativos se fué seguidamente á Grado, y en el dia 15 de Noviembre del mismo año 67, se pudo observar la estrella Polar entre cinco y seis de la tarde.

Segun las tablas del Anuario citado, el paso superior de la estrella por el meridiano de Madrid, se verificaba en aquel dia á las  $9^h, 55^m, 57^s$  de la noche, tiempo medio.

La longitud del extremo S. O. de la base de Grado con respecto á Madrid, es de  $2', 21', 56'',40$  O., ó en tiempo  $9^m, 27^s,76$ ; y siendo próximamente de  $5^s$  la diferencia de hora del paso por cada  $50^m$  de longitud, tendremos que en Grado se verifica  $1^s,58$  más temprano que en Madrid, resultando por consiguiente ser en dicho dia, á las  $9^h, 55^m, 55^s,42$  de la noche, del tiempo local medio.

Puesto el teodolito en el pilar SO. de la base convenientemente centrado, se dirigieron punterías á la estrella y á la luz de una linterna colocada en el pilar NE., siendo la distancia á que esta se hallaba bastante grande, para hacer completamente inútil el empleo de los diafragmas. La linterna era cilindrica, de base circular, y estaba construida de manera, que el centro del circulo de la base se hallaba en la misma vertical que el pabilo de la vela. En este centro estaba soldado un pequeño tubo que se enchufaba en el clavo del pilar, quedando la luz exactamente centrada.

El retículo se alumbraba por medio de una lámpara provista de un reflector, que un peon mantenía á corta distancia y á un lado del objetivo del anteojos; y para dar luz al limbo, que era lo más penoso, se hizo uso de dos linternitas elipticas achatadas que se ponian en el disco inferior del limbo horizontal, inmediatamente encima de los nonios.

A pesar de las linternas eran las observaciones muy difíciles, sobre todo al verificar las lecturas.

Un observador, despues de haber tomado la visual á derecha é izquierda de la luz del pilar, pasaba en seguida á visar á la estrella polar, al mismo tiempo que otro observador apuntaba la indicacion del reloj en horas y minutos, y seguia con la mirada la marcha de la aguja de los segundos. Cuando el primero habia fijado exactamente la punteria en el centro del retículo, hacia una señal, y en el mismo momento leia el otro la indicacion de los segundos. De esta manera, las observaciones del azimut y de la hora eran rigurosamente simultáneas.

Como el limbo zenital estaba, segun hemos dicho antes, algo inclinado sobre su eje de rotacion, era preciso repetir las punterías á la polar, invirtiendo el aparato, á fin de compensar sus ángulos horizontales.

Hechas varias series para aproximar más los resultados, se obtuvieron las lecturas del adjunto cuadro, que es un resumen de la hoja de operaciones.

## VISUALES A LA POLAR.

| O.  | 1.er Nonius. | 2.º Nonius. | Promedios.   | Horas.  |  |
|-----|--------------|-------------|--------------|---------|--|
| 1   | 3 47 35      | 47 42,50    | 3 47 38,75   | 5 17 45 |  |
| 2   | 3 46 7,50    | 46 15       | 3 46 11,25   | 5 25 8  |  |
| 3   | 4 1 5        | 1 0         | 4 1 2,50     | 5 37 4  |  |
|     | 4 0 0        | 59 50       | 3 59 53      | 5 44 37 |  |
| 314 | 34 30        | 34 35       | 314 34 32    | 5 54 18 |  |
| 314 | 32 53        | 32 55       | 314 32 55    | 6 0 1   |  |
| 314 | 29 50        | 29 50       | 314 29 50    | 6 8 4   |  |
| 276 | 36 30        | 59 3        | 276 36 37,50 | 6 21 0  |  |
| 276 | 55 52,50     | 56 10       | 276 56 1,25  | 6 23 51 |  |
| 276 | 55 5         | 55 25       | 276 55 15    | 6 26 24 |  |
| 276 | 53 55        | 54 13       | 276 54 3     | 6 29 39 |  |

Observaciones hechas el dia  
15 de Noviembre del año 1867.

## VISUALES AL OBJETO TERRESTRE.

| CÍRCULO Á LA IZQUIERDA. |             |             | CÍRCULO Á LA DERECHA. |              |             | Promedio<br>final. |
|-------------------------|-------------|-------------|-----------------------|--------------|-------------|--------------------|
| 1.er Nonius.            | 2.º Nonius. | Promedios.  | 1.er Nonius.          | 2.º Nonius.  | Promedios.  |                    |
| 57 59 15                | 59 17,50    | 37 59 16,25 | 58 12 20              | 12 3         | 58 12 12,50 | 58 5 44,37         |
| 57 59 23                | 59 25       | 37 59 23    | 58 12 20              | 12 3         | 58 12 12,50 | 58 5 48,75         |
| 8 36 47,50              | 37 7,50     | 8 36 57,50  | 8 49 40               | 49 33        | 8 49 37,50  | 8 43 47,50         |
| 8 36 50                 | 37 7,50     | 8 36 58,75  | 8 49 45               | 49 40        | 8 49 42,50  | 8 43 20,62         |
| 331 26 47,50            | 27 12,50    | 331 27      | »                     | 331 39 37,50 | 39 30       | 331 39 33,75       |
| 331 26 45               | 27 15       | 331 27      | »                     | 331 39 40    | 39 30       | 331 39 35          |
|                         |             |             |                       |              |             | 331 33 17,50       |
|                         |             |             |                       |              |             | 331 33 17,18       |

Para hacer luego el cálculo de los horarios, hubo ante todo necesidad de hacer sufrir á las horas algunas correcciones.

Ya hemos dicho que el dia 12 de Noviembre el estado del reloj, comparado con el péndulo de Gijon, era de 50<sup>s</sup> en adelanto sobre el tiempo medio; y habiendo hecho una comparación análoga el dia 17, se encontró un atraso de 45<sup>s</sup>,45, también sobre el tiempo medio, lo cual indica que su atraso total en cinco días había sido de 1<sup>m</sup>, 45<sup>s</sup>,45, que si fuera constante, daria 14<sup>s</sup>,69 diarios.

Hemos supuesto que el movimiento del viaje influyera algo, admitiendo que el dia 15 tenía el reloj 42<sup>s</sup> de retraso sobre el tiempo medio, y 24<sup>s</sup> el dia 16. La corrección de las horas por este concepto, se hará, pues, sumando 42<sup>s</sup> á las del dia 15, y 24<sup>s</sup> á las del 16.

Otra corrección corresponde á la diferencia de longitud entre Gijon y el extremo SO de la base, la cual, siendo de 25', 56",40 de arco, es igual á 95<sup>s</sup>,76 de tiempo, ó sea 1<sup>m</sup>, 55<sup>s</sup>,76.

Como Grado está al O. de Gijon, será preciso, para obtener las horas verdaderas en ese punto, restar esa cantidad de cada una de las que se hayan anotado. Haciendo estas operaciones, nos darán el resultado siguiente para las horas corregidas.

|                  |   |    |    |   |    |         |   |   |    |       |
|------------------|---|----|----|---|----|---------|---|---|----|-------|
| 1. <sup>o</sup>  | 5 | 47 | 45 | + | 12 | — 95,76 | = | 5 | 46 | 24,24 |
| 2. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 5 | 25 | 44,24 |
| 3. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 5 | 55 | 40,24 |
| 4. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 5 | 45 | 55,24 |
| 5. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 5 | 52 | 54,24 |
| 6. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 5 | 58 | 57,24 |
| 7. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 6 | 6  | 40,24 |
| 8. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 6 | 19 | 56,24 |
| 9. <sup>o</sup>  | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 6 | 22 | 27,24 |
| 10. <sup>o</sup> | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 6 | 25 | 0,24  |
| 11. <sup>o</sup> | " | "  | "  |   | "  | "       |   | 6 | 28 | 15,24 |

y los horarios de la Polar se hallarán restando estas horas corregidas de la hora del paso superior por el meridiano; tendremos, pues,

|                  |    |    |        |      |    |        |   |   |    |       |
|------------------|----|----|--------|------|----|--------|---|---|----|-------|
| 1. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 46 | 21,24) | = | 4 | 47 | 44,48 |
| 2. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 25 | 44,24) | = | 4 | 9  | 51,48 |
| 3. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 55 | 40,24) | = | 5 | 57 | 55,48 |
| 4. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 45 | 55,24) | = | 5 | 50 | 2,48  |
| 5. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 52 | 54,24) | = | 5 | 40 | 41,48 |
| 6. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (5 | 58 | 57,24) | = | 5 | 54 | 58,18 |
| 7. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (6 | 6  | 40,24) | = | 5 | 26 | 55,18 |
| 8. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (6 | 19 | 56,24) | = | 5 | 15 | 59,48 |
| 9. <sup>o</sup>  | (9 | 55 | 55,42) | — (6 | 22 | 27,24) | = | 5 | 11 | 8,48  |
| 10. <sup>o</sup> | (9 | 55 | 55,42) | — (6 | 25 | 0,24)  | = | 5 | 8  | 55,48 |
| 11. <sup>o</sup> | (9 | 55 | 55,42) | — (6 | 28 | 15,24) | = | 5 | 5  | 20,48 |

El cuadro puesto á continuacion, indica las sencillas operaciones verificadas despues en cada uno de los horarios, y sus resultados son cantidades angulares que respectivamente hay que agregar á los ángulos de observacion para obtener el azimut que se busca, porque tanto la señal como la estrella se hallaban al E. del meridiano.

Una pequena dificultad se nos ofrecia para hacer uso, en el caso presente, de la 2.<sup>a</sup> tabla del Anuario. Consistia en que ésta no nos da los azimuts para la latitud de 44°; y para salvar este inconveniente, se han estudiado las diferencias de los que la tabla nos ofrece, tanto de un grado á otro, como respecto á los diferentes horarios, y hemos deducido una ley, en virtud de la cual hemos determinado los que faltaban correspondientes á dicha latitud.

Hé aqui ahora los cálculos que se refieren á las observaciones del dia 15, pues aunque en el 16, y antes en 5 de Julio del mismo año se repitieron, no se hace mencion de ellas, porque el sistema seguido es el mismo, y los resultados muy parecidos.

Primer horario: 4<sup>h</sup>, 47<sup>m</sup>, 14<sup>s</sup>, 18.

Latitud del extremo SO. de la base de Grado. 45°, 25', 55", 40.

Para hallar con estos argumentos el azimut correspondiente de la Polar, son necesarias dos correcciones que se hacen con auxilio de la 2.<sup>a</sup> tabla del Anuario.

| CORRECCION POR LATITUD.   | CORRECCION POR HORARIO.   |
|---|---|
| El azimut de la Polar para la de 44° y 4h 45m de horario, es . . . . = 105° 54' | Para 5m de diferencia en el horario á la latitud de 43° y horario de 4h 45m, varia el azimut de la Polar 64". |
| Azimut de la Polar para la de 43° y el mismo horario. . . . . = 104° 9'         |   |
| Diferencia. . . . . = 45  |   |

Y la proporcion siguiente nos dará el aumento que corresponde al azimut de la Polar para el de la latitud desde 43° á 43° 25' 35", 40, siendo el horario el mismo.

$$3.600 : 103 :: 4.535,40 : x = 44",78.$$

Luego por la proporcion siguiente hallaremos la variacion que corresponde á 2m, 14s, 18 de aumento en el horario, siendo la latitud la misma.

$$300 : 64 :: 134,18 : x = 28",62.$$

Suman estas dos correcciones 75", 40.

Sería, pues, el azimut de la Polar para la latitud de 43°, 25', 55", 40 y horario de 4h, 17m, 14s, 18 = 104°, 9" + 75", 40 = 105°, 22", 40 = 1°, 45', 22", 40.

Calculando de la misma manera los demas horarios, se han obtenido los siguientes valores:

|   |
|---|
| 2. <sup>a</sup> horario = 4° 45' 46,89  |
| 5. <sup>a</sup> horario = 4° 40' 56,28  |
| 4. <sup>a</sup> horario = 4° 58' 55,22  |
| 5. <sup>a</sup> horario = 4° 56' 20,90  |
| 6. <sup>a</sup> horario = 4° 54' 41,98  |
| 7. <sup>a</sup> horario = 4° 52' 16,56  |
| 8. <sup>a</sup> horario = 4° 28' 6,25   |
| 9. <sup>a</sup> horario = 4° 27' 9,25   |
| 10. <sup>a</sup> horario = 4° 26' 17,26 |
| 11. <sup>a</sup> horario = 4° 25' 10,96 |

Los ángulos entre la Polar y el objeto terrestre, eran en las distintas horas los siguientes:

|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 4. <sup>a</sup> 54° 48' 5,62  | 7. <sup>a</sup> 54° 45' 50,62 |
| 2. <sup>a</sup> 54° 49' 57,50 | 8. <sup>a</sup> " 56' 49,37   |
| 5. <sup>a</sup> 54° 4' 41,87  | 9. <sup>a</sup> " 57' 45,62   |
| 4. <sup>a</sup> " 5' 55,75    | 10. <sup>a</sup> " 58' 4,87   |
| 5. <sup>a</sup> " 8' 45       | 11. <sup>a</sup> " 59' 44,87  |
| 6. <sup>a</sup> " 10' 25,26   |                               |

De estos once ángulos, siete están obtenidos con limbo zenithal á la derecha y cuatro con el mismo limbo á la izquierda. Tomaremos, por lo tanto, cuatro observados con el limbo vertical á la dere-

cha, para combinarlos con sus cuatro correspondientes de la izquierda, á fin de poder sacar el promedio.

Agregando ahora á cada uno de estos ocho ángulos, el de la Polar con el meridiano correspondiente á cada horario respectivo, tendremos:

|                 |     |    |       |       |                 |    |    |       |
|-----------------|-----|----|-------|-------|-----------------|----|----|-------|
| 4. <sup>°</sup> | 54  | 48 | 5,62  |       | 5. <sup>°</sup> | 55 | 45 | 5,90  |
|                 | + 1 | 45 | 22,40 |       | 6. <sup>°</sup> | 55 | 45 | 7,24  |
|                 |     | 56 | 5     | 28,02 | 7. <sup>°</sup> | 56 | 4  | 25,62 |
| 2. <sup>°</sup> | 54  | 19 | 57,50 |       | 8. <sup>°</sup> | 56 | 4  | 24,87 |
|                 | + 1 | 45 | 46,89 |       |                 |    |    |       |
|                 |     | 56 | 5     | 24,59 |                 |    |    |       |
| 5. <sup>°</sup> | 55  | 45 | 58,45 |       |                 |    |    |       |
| 4. <sup>°</sup> | 55  | 45 | 46,98 |       |                 |    |    |       |

Sacando ahora el promedio de estos azimuts, nos da para azimut final en las observaciones del dia 15 =  $55^{\circ}, 54', 40''$ , 15 al E. del meridiano.

El promedio de los cálculos verificados con las observaciones de los días 16 de Noviembre y 5 de Julio del mismo año, es de  $55^{\circ}, 54', 52'', 64$ ; y como promedio final definitivo, el que se obtiene de los dos. Será, pues:

Tal es el azimut de la base de Grado en su extremo SO. Y ahora nos detendremos un momento á analizar este resultado, para deducir el grado de aproximación con que se ha obtenido.

Nos bastará para esto examinar las causas de error que aquí pueden influir en el valor del azimut, que son: 1.<sup>o</sup> la inexactitud en las coordenadas geográficas del punto de observación; 2.<sup>o</sup> las diferencias en las horas del reloj; y por último, la apreciación de que

es capaz el instrumento empleado para medir los ángulos y el error de puntería á la Polar.

Por lo que toca á la diferencia que pueda haber entre la longitud verdadera y la adoptada para el lugar de la observacion, respecto al Observatorio de Madrid, no puede alterar en lo más minimo los resultados, porque la inexactitud de este dato ejerce una influencia escasissima en la correccion de las horas del paso de la Polar por la diferencia de meridiano; pues siendo esta correccion de 5<sup>s</sup> para una distancia de 7°, 50' en longitud, aunque hubiese un error de 50', que no da en ningun caso una carta cualquiera por imperfecta que sea, solo seria el que resultase en el horario, de una fraccion de segundo, y por lo tanto completamente inapreciable en el azimut.

La latitud se ha determinado tomando como punto de partida la de Gijon, que es bien conocida por las cartas marinas, y que ha sido, á mayor abundamiento, rectificada hace pocos años por D. Pedro Ruidavet, en la actualidad oficial de detall de la Direccion de Hidrografía; y valiéndonos luego de la carta de D. Guillermo Schulz, llamamos la diferencia de esta latitud con la del lugar de San Pelayo, donde se halla el extremo SO. de la base, así como la longitud de este punto respecto á Gijon.

Con auxilio de estos datos hicimos un primer cálculo del azimut y de las coordenadas; y después de hallar las diferencias de las correspondientes á la iglesia de Gijon y al extremo SO. de la base, determinamos de nuevo por el cálculo los minutos y segundos que correspondian á estas distancias, hallando previamente, por medio de las fórmulas usuales, la magnitud de un grado de meridiano y paralelo á la latitud de cuarenta y tres grados y medio. Este segundo resultado solo diferia del primero en 15,40 y 26,40 segundos respectivamente, y por lo tanto, podemos suponer razonablemente, aun exagerando hasta lo sumo el error, que no excede de veinte segundos el cometido en la latitud definitivamente adoptada para el extremo de la base, y que es exacta su longitud respecto al meridiano de Gijon. Pero nuestras observaciones se hicieron con tres y media á cuatro

horas y media de horario; y como la variación del azimut para una diferencia de 60 minutos en la latitud entre los  $45$  y  $44^{\circ}$ , y este horario puede considerarse por término medio de  $100''$ , solo corresponde una fracción de segundo á 20 de error en la latitud, que es lo que por este concepto resultaría en el azimut que se busca.

En lo que se refiere á la hora, podemos admitir, por lo que se ha dicho anteriormente sobre el modo de determinarla, que era perfectamente conocida en el meridiano de Gijon, y que así, la diferencia que por este lado puede resultar, depende únicamente de las indicaciones del reloj en Grado. Estas indicaciones pueden ser equivocadas, tanto por un error de longitud entre este punto y Gijon, como por la marcha irregular del reloj mismo. Pero segun acabamos de ver, esta longitud es conocida con tal exactitud, que no puede dar diferencia apreciable en las horas; y sobre la marcha del reloj, debemos añadir, á lo que en lugar oportuno hemos consignado ya, que despues de terminadas las operaciones en Grado, se continuó durante varios días comparándola con la del péndulo de Dent, y se notó que seguía su movimiento de atraso, aunque resultaba ahora algo menor para cada  $24^h$ , pues solo era de unos  $11''$  en lugar de los  $14$  que nos dió para cada dia de los que duró la observación. Sin embargo, creemos que estas experiencias son suficientes para demostrar que la marcha del reloj era muy regular; y si se atiende á la influencia indudable del viaje á Grado, no se tendrá, ciertamente, por exagerado, si suponemos que las horas empleadas en nuestros cálculos eran exactas, con una diferencia de  $4$  á  $5''$ .

Ahora bien: para una diferencia de  $5^m$  en el horario á la latitud de  $45$  á  $44^{\circ}$ , y horario de tres y media á cuatro horas y media, varia el azimut, por término medio, unos  $75''$ ; luego la variación correspondiente á la de  $5''$  en el horario, será próximamente de  $1'',25$ .

El instrumento de que nos hemos valido para medir los ángulos, es, como ya hemos dicho, el teodolito grande que aprecia  $5''$  en el limbo azimutal; luego, suponiendo que las observaciones fuesen todas defectuosas en esta misma cantidad, y que no hubiese compensación alguna con la repetición de las series, cosa á todas luces

imposible, tendríamos este mismo defecto en el azimut, que sumado con los errores por latitud y los dependientes de la hora, nos dan un total de  $6'',80$ . A esta cifra hay que agregar todavía el error de puntería, que es sin duda el más considerable, y mayor si cabe en el caso actual, por no estar el instrumento dispuesto para observar por la noche, y podremos formarnos una idea de su magnitud, estudiando las diferencias obtenidas en los varios azimuts calculados. Admitiendo, pues, una racional compensación en las varias observaciones, creemos sin temor de equivocarnos, que podemos considerar este resultado como exacto con un defecto máximo de  $15$  á  $20''$ .

## XII.

### Cálculo de coordenadas y proyecciones de los puntos.

Conocido ya el azimut de un lado, era muy sencillo hallar el de los demás de la triangulación de primer orden, combinando por suma ó resta los valores de los ángulos observados, para calcular luego las coordenadas de cada uno de los puntos. Cierto es que aquel procedimiento para determinar los azimuts, no es rigorosamente exacto, puesto que estos son función de la latitud en cada punto; pero la extensión de nuestra red geodésica es tan poca, que puede considerarse como una superficie plana el espacio que comprende, y hay por lo tanto seguridad, que el error que puede resultar por este concepto, es completamente inapreciable. En todo caso se podrá en su dia comprobar este hecho, y rectificar los cálculos, si hubiese lugar á ello, cuando sean conocidas las coordenadas geográficas de un punto.

Una vez obtenidos los azimuts, ó sean los ángulos de cada uno de los lados con el meridiano, se tomó como punto de partida el vértice Fontanes, que se halla próximamente situado en el medio de

la triangulación; é imaginando que por este punto pasan dos planos respectivamente perpendiculares, confundiéndose uno con el meridiano y otro con el paralelo, obtuvimos los dos ejes de coordenadas, que lo eran sus respectivas intersecciones con el plano horizontal, y á los cuales referimos todos los puntos, siendo para el origen Fontanes,  $x = 0$   $y = 0$ .

Se resolvieron enseguida los triángulos rectángulos, cuyas hipotenusas eran los lados que concurren en ese vértice, y sus catetos las coordenadas que se buscaban  $x', y', x'', y'',$  etc., de los varios puntos del mismo horizonte, siendo sus valores positivos ó negativos, según eran los signos de las líneas trigonométricas correspondientes.

Igualmente se determinaron las coordenadas de todos los vértices, empleando el mismo procedimiento respecto á los demás horizontes, para lo cual se hacia en cada caso una trasformacion de coordenadas con arreglo á la fórmula  $x' = x \pm a; y' = y \pm b$ , tomando sucesivamente para nuevo origen el punto más conveniente. Se hicieron de estas trasformaciones tantas como se juzgaron necesarias para facilitar el cálculo, y luego por sumas y diferencias, se obtuvieron las coordenadas todas, referidas al origen Fontanes.

La marcha seguida para determinar los diferentes azimuts, y en el cálculo de las coordenadas, es la que indican los ejemplos siguientes, en los cuales para mayor sencillez y claridad, se han contado todos ellos, refiriéndolos al mismo punto de partida; desde el N. que es  $0^\circ$ , hacia el S. pasando por el O. De esta manera el azimut de la base se trasforma en  $504^\circ, 5^\circ, 15^\circ, 62^\circ$ .

| Azimut S. base Llagoninos. |    |       | Azimut N. base Llagoninos. |    |       |
|----------------------------|----|-------|----------------------------|----|-------|
| 100                        | 7  | 58,50 | 180                        |    | "     |
| 55                         | 54 | 46,58 | 55                         | 54 | 46,58 |
| 44                         | 12 | 51,92 | 124                        | 5  | 15,62 |
|                            |    |       | 51                         | 24 | 57,95 |
|                            |    |       | 72                         | 40 | 55,69 |

Los demás se obtienen de una manera parecida. Las coordena-

das de los varios puntos se obtienen por las sencillas fórmulas  $y = K \operatorname{sen.} \alpha$ ,  $x = K \cos. \alpha$ , siendo  $K$  el lado geodésico y  $\alpha$  el azimut.

|                                      |                |                   |   |
|--------------------------------------|----------------|-------------------|---|
| $\alpha = 54^\circ, 40' - 28,.''18$  |                |                   |   |
| $L. \text{sen. } \alpha = 9.9116142$ | 8,18           |                   |   |
| 122                                  | 149            |                   |   |
| <u>9.9116264</u>                     | <u>7362</u>    |                   |   |
|                                      | 3272           |                   |   |
|                                      | 818            |                   |   |
|                                      | <u>121,882</u> |                   |   |
| $L. \cos. \alpha = 9.7621181$        | 8,18           |                   |   |
| 243                                  | 297            |                   |   |
| <u>9.7620938</u>                     | <u>5726</u>    |                   |   |
|                                      | 7362           |                   |   |
|                                      | 1636           |                   |   |
|                                      | <u>242,946</u> |                   |   |
|                                      |                | <b>Hevia.</b>     |   |
|                                      |                | <b>Fontranes.</b> |   |
|                                      |                | <b>Hevia.</b>     |   |
|                                      |                | <b>Eje.</b>       |   |
|                                      |                |                   | $L. K = 3.8760199$  |
|                                      |                |                   | $L. s. \alpha = \frac{9.9116264}{3.8760199} = L. y$                       |
|                                      |                |                   | $y = 6.432,62$  |
|                                      |                |                   | $L. K = \frac{9.7621181}{9.7620938} = \frac{3.6381137}{3.8760199} = L. x$ |
|                                      |                |                   | $x = 4.34624$   |
|                                      |                |                   | $L. K = 3.8760199$  |

Para determinar ahora la proyección de los puntos sobre el plano, valiéndonos de estos datos, con toda la comodidad y exactitud posible, era necesario tener una cuadricula formada con el mayor esmero, cuyos lados fuesen de una longitud proporcionada, á fin de no tener que medir largas distancias y trazar intersecciones con el compás.

Siendo la escala de 1 por 50.000, cada decímetro representa 5,000<sup>m</sup>, y esta fue la distancia que hemos adoptado para espaciar los meridianos y paralelos.

El papel necesario para contener el plano, resultaba ser de grandes proporciones, y de aquí surgió la dificultad gravísima de tener que trazar largas líneas rigorosamente rectas y exactamente perpendiculares para formar la cuadricula.

Ninguna de las reglas que teníamos á nuestra disposición nos ofrecía para este objeto la menor confianza; y sometidas, en efecto,

á un minucioso examen, resultaron ser todas inservibles. Intentamos entonces valernos de las líneas de sé de los telémetros de las dos planchetas de Ertel, que esta comisión posee, y también resultaron defectuosas: y por último, confiando exageradamente en la habilidad de los artistas de Madrid, se mandaron traer una regla y dos plantillas construidas con el mayor cuidado posible, que sometidas á prueba, no dieron tampoco resultado favorable.

No pudiendo emplear, pues, ninguna regla para trazar líneas largas, se ideó hacer la cuadricula sucesivamente de decímetro en decímetro. Se calcularon para esto las diagonales del cuadrado de uno por uno, dos por dos, y de los rectángulos uno por dos y dos por tres, y fijando algunos compases en aberturas iguales á cada una de estas diagonales, y provistos de otro cuya abertura era igual á la longitud de un decímetro, se hizo el trazado de la cuadricula determinando en cada cuadrado, y para cada grupo de dos ó de tres, la intersección de sus lados con sus diagonales, comprobando luego con las correspondientes de los rectángulos.

Á la verdad, la cuadricula eje, calculada según acabamos de indicar, satisfacía en todas sus partes á las comprobaciones citadas; pero con el sinnúmero de intersecciones verificadas, se alteró indudablemente su forma, resultando desde luego inservible.

Lo que acabamos de referir viene á confirmar, de una manera palpable, la indicación que hacíamos más arriba de las inmensas dificultades que para su realización presentan en la práctica las operaciones manuales que parecen más sencillas; y así es que, después de todas esas tentativas, hubo al fin necesidad de recurrir al uso del papel cuadriculado ordinario, el cual, si bien tiene el inconveniente de ofrecer una división poco esmerada, tiene en cambio la ventaja de presentar líneas uniformemente rectas y ángulos iguales. Con una escala muy bien dividida, se compararon en todos sentidos las longitudes de sus divisiones, y se vió que, si en dirección de los paralelos podían admitirse esas divisiones como exactas, no sucedía lo mismo en el sentido de los meridianos, donde era preciso agregar, para cada decímetro, media división de la cuadricula correspondien-

te á 0<sup>m</sup>,0005, observándose que este número de corrección era próximamente constante en todos los decímetros.

Admitido el uso de este papel, se pegaron con mucho cuidado dos hojas, y en él se trazaron definitivamente y con gran facilidad todos los puntos de la triangulación, alcanzando una exactitud bastante grande, para que escapara el error posible á la apreciación material de la escala.

La situación de los puntos pudo luego comprobarse, uniéndolos de dos en dos para formar lados de triángulos de primer orden, y comparando sus dimensiones con el valor sacado por el cálculo, se encontró su situación perfectamente exacta.

Después de fijados los vértices de primer orden por el sistema que acabamos de exponer, se verificó el trazado de los triángulos de segundo. En esta parte del trabajo se ha procedido de distinto modo: se ha adoptado el método de las intersecciones, que en este caso no ofrecen, en el mismo grado, los inconvenientes que hemos indicado al hablar de la triangulación de primer orden, porque aquí los lados son de más reducidas dimensiones, y se podía con facilidad abrazarlos con el compás. Además, como los triángulos de segundo orden se apoyan en los de primero, y tienen con estos muchos lados comunes, los errores no podían alcanzar límites exagerados, porque vienen á morir en los enlaces. Así ha sucedido, con efecto, y el trazado ha resultado con toda la precisión necesaria.

### XIII.

#### Enlace de nuestra red geodésica con la del Mapa de España, y comparación de los resultados obtenidos.

Entre las disposiciones que se dictaron por la Dirección general de Agricultura, Industria y Comercio, al constituirse la comisión de estudio de las cuencas carboníferas, hay una en que se pre-

viene, que la red geodésica que se mandaba ejecutar como base de nuestros trabajos, se enlazase con la que se está calculando para el trazado del Mapa de España; y era natural que al cumplir este precepto por nuestra parte, tratáramos, al mismo tiempo, de hallar los valores de los grandes lados de primer orden de Estadística partiendo de nuestra humilde base de Noreña, para compararlos con los que se habían obtenido partiendo de la de Madridejos. Se pidieron, pues, á aquella comisión los datos necesarios al efecto, que proporcionó con amabilidad suma, haciendo, sin embargo, la salvedad siguiente:

«Los triángulos observados desde Castilla á las costas de Asturias con un teodolito de Repsol de gran tamaño, resultaron cerrar con errores superiores al límite máximo fijado de antemano, á consecuencia de un defecto esencial del aparato, y la cadena era por tanto defectuosa.» Los logaritmos de varios lados que nos proporcionaban, no les inspiraban confianza, y solo por galantería hacia esta comisión de cuencas, remitían una lista de valores que quizás variarían más tarde, pues se trataba de observar nuevamente los triángulos defectuosos, en la campaña del verano de 1869.

A pesar de esta circunstancia, y conociendo la delicadeza suma con que en los cálculos de primer orden procede aquella Comisión, supusimos con gran fundamento que los errores serían de todos modos muy pequeños, y aceptamos como suficientemente exactos aquellos datos, sin perjuicio de rectificarlos en su día, y tomar, si acaso, por base de nuestros trabajos uno cualquiera de sus grandes lados, cuando se conociera exactamente su valor.

Los lados de primer orden de la Carta, enlazados con nuestra triangulación son: Trigueiro Gamonal, Trigueiro Brañacaballo, Trigueiro Tazones, y Tazones Cabo de Peñas. De los cuatro, las observaciones que se refieren á Trigueiro Gamonal y Trigueiro Tazones, son muy buenas, no mereciéndonos tanta confianza las de los otros dos lados, por cuya razón nos fijamos solamente en los primeros.

El enlace con Trigueiro Gamonal se realizó por medio de tres

triángulos, de los cuales el primero parte del lado Mantequera Peña Pando de nuestra triangulación, y tiene por tercer vértice el de Grandota de Oviedo: el segundo de estos triángulos lo determinan los tres vértices, Peña Pando, Grandota de Oviedo y Trigueiro; y por último, el tercero se apoya en el lado Peña Pando Trigueiro, siendo uno de los otros dos el de Estadística, Trigueiro Gamonal.

Para el enlace de Trigueiro Tazones, solo se necesitaron dos triángulos, de los cuales uno parte del lado de nuestra red Trigueiro Vizcares, y es su tercer vértice el de Pico Pienzo; y en el segundo, es uno de sus lados el de Estadística, Trigueiro Tazones, y su tercer vértice el de Pico Pienzo.

Los valores obtenidos por nosotros son:

$$\begin{aligned} \text{Log. Gamonal Trigueiro. . .} &= 4.5652772 = 56.751,67 \\ \text{Log. Trigueiro Tazones. . .} &= 4.4900695 = 50.917,90 \end{aligned}$$

Los mismos valores partiendo de la base de Madridejos, fueron

$$\begin{aligned} \text{Log. Trigueiro Gamonal. . .} &= 4.5655587 = 56.775,51 \\ \text{Log. Trigueiro Tazones. . .} &= 4.4904017 = 50.951,54 \end{aligned}$$

Las diferencias son:

$$\begin{aligned} \text{Para Gamonal Trigueiro. . .} & \left\{ \begin{array}{l} 4.5652772 = 56.751,67 \\ 4.5655587 = 56.775,54 \\ \hline 0.0002815 = 25,84 \end{array} \right. \\ \text{Para Trigueiro Tazones. . .} & \left\{ \begin{array}{l} 4.4900695 = 50.917,90 \\ 4.4904017 = 50.951,54 \\ \hline 0.0003522 = 00.034,64 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Como se vé, las diferencias se notan ya en la cuarta cifra decimal del logaritmo, y es preciso discutir su importancia y el origen de que proceden.

Ya antes de principiar los cálculos creímos que nuestros lados eran más cortos de lo que debían á causa de la mala division de las lengüetas y de resultar ambas demasiado largas; pero no nos constaba si la totalidad de las reglas era igual menor ó mayor de 5 metros. Por otra parte, cerrando bien todos los triángulos y observando que el logaritmo de un lado extremo de la triangulacion, calculado por dos largas redes situadas una á su derecha y otra á su izquierda, se diferenciaba solamente en la sexta cifra decimal y muy rara vez en alguna unidad de la quinta, se dedujo en consecuencia que la causa principal del error no consistia en las observaciones angulares, sino en que la longitud del módulo empleado por nosotros, debia ser diferente del empleado por la Comision de Estadistica.

Para resolver esta cuestión, se nos presentaba un medio práctico muy bueno, que consistia en medir con nuestro aparato, un trozo pequeño de la base de Madridejos, comparando el resultado con el obtenido en el mismo trozo por la Comision de Estadistica; pero la dificultad de trasladarse á aquel punto con el personal necesario, nos obligó á renunciar á este medio, el cual, por otra parte, si bien nos habria dado un resultado exacto, no nos hubiera hecho conocer la verdadera causa del error. Era preciso, pues, recurrir á la comparacion de las reglas, midiendo y estudiando las divisiones de las lengüetas. Se hizo esta operacion en Madrid con todo el cuidado posible, no sin ofrecer un sinnúmero de dificultades.

En primer lugar, las reglas de Estadistica y las nuestras, no eran material y directamente comparables, porque teniendo la primera algo más de cuatro metros de longitud, sin ofrecer mas divisiones menudas que en los extremos, no podia establecerse directamente la coincidencia de rayas. En segundo lugar, estando las caras de nuestras reglas alabeadas, nunca hubiera podido verificarse la superposicion de una manera exacta.

Abandonado este proceder, se propusieron varios medios para hacer la medicion directamente, y por fin se adoptó el de emplear los aparatos de la base de Estadistica, excepto la regla, en cuyo lugar se hizo uso de un metro tipo de Froment de construcion

sumamente esmerada, con division de plata, perteneciente á la misma comision.

Se montaron los soportes, y á ellos se sujetó la regla número 4; luego se pusieron los microscopios en sus trípodes correspondientes, cuyo estado se comprobó, y por un tanteo se espaciaron próximamente á la distancia de un metro. Se trazó con mucho cuidado, con una seda puesta con gran tension, unos cuantos puntos del eje de la regla, á fin de colocar siempre en la misma dirección el metro-tipo; y finalmente se dispuso un termómetro para observar la temperatura.

Nivelados los microscopios, se cayó en una dificultad que consistia en estar la regla demasiado baja, fuera del alcance focal de aquellos, y fué necesario suspender la operacion.

Se ideó entonces una manera de elevar los soportes sin destruir su fijeza, colocando la regla en posicion próximamente horizontal.

Asi las cosas, se trató de colocar un hilo del primer microscopio tangente al semi-cilindro horizontal; pero por más pruebas que se hicieron, no fué posible conseguirlo: resultaba un extraordinario aumento que hacia ver sumamente deforme su contorno, demostrando grandes asperezas que á simple vista eran imperceptibles; y el rayo de sol que por medio de un espejo era preciso hacer llegar para alumbrar perfectamente, producia grandes irisaciones y efectos enormes de luz y sombra. Era preciso, pues, no salirse de las condiciones para que fueron construidos los microscopios, y al efecto se practicaron con gran cuidado en los cilindros extremos, unas rayas muy finas por medio de una aguja de coser, siendo este el punto de partida para fijar una cerda del microscopio, colocándose la otra perpendicularmente en dirección del eje de la regla.

Las pequeñas partículas de metal separadas por la aguja al hacer las rayas, incomodaban mucho al fijar la visual con los microscopios, aumentándose de tal manera, que apenas permitian distinguir como una raya de sombra la señal fijada. Este pequeño inconveniente se salvaba cuidando de fijar siempre la punteria en medio de la sombra proyectada.



El metro-tipo fué colocado sucesivamente debajo de cada microscopio, teniendo cuidado de hacer siempre la coincidencia en una de sus divisiones, hasta llegar á la raya trazada en el otro extremo de la regla, donde se apreció la coincidencia por medio del nonius que el mismo metro-tipo tenía. Se hizo esta operación dos veces seguidas para cada regla, invirtiendo el sentido, y no se encontró diferencia alguna. Quedaban por medir las dos pequeñas porciones comprendidas entre las rayas trazadas y las generatrices extremas, y para ello la misma comisión proporcionó un decímetro de marfil perfectamente dividido, y comparado exactamente con el metro-tipo.

La medición de estas porciones se hizo aplicando muchas veces la reglita de marfil, puestas las reglas alineadas y hechos los contactos, á fin de conocer, por medio de un pequeño microscopio de mano, cuál podía considerarse como generatriz extrema.

La temperatura durante la observación fué de  $24^{\circ}$  centígrados, observada en un termómetro al aire libre; y aunque no podemos asegurar que fuese exactamente la misma del metro-tipo, hay motivos fundados para suponer que eran las dos muy parecidas. Nos lo hacen creer así las muchas experiencias que se han hecho sobre este punto, y muy particularmente las de la comisión encargada de la medición de la base de Madridejos, de las que resulta, que sobre 895 observaciones dobles de un termómetro al aire libre, y de las temperaturas de las reglas deducidas de las lecturas micrométricas, solo hay 14 que se diferencian en más de dos grados, habiendo 746 en que las diferencias no llegan á uno.

Partiendo, pues, de esta hipótesis, el resultado obtenido ha sido el siguiente:

#### REGLA NÚMERO 1.

|  |        |
|--|--------|
| Primera medición de trazo á trazo. . . . . | 2,9757 |
| Segunda medición de id. id. . . . .        | 2,9755 |
| Promedio. . . . .                          | 2,9756 |

#### REGLA NÚMERO 2.

|  |        |
|--|--------|
| Primera medición de trazo á trazo. . . . . | 2,9755 |
| Segunda medición de id. id. . . . .        | 2,9755 |
| Promedio. . . . .                          | 2,9755 |

El promedio de 48 medidas desde el trazo á la generatriz extrema del cilindro vertical de la regla núm. 1. 0,0124

El promedio de 48 medidas desde el trazo á la generatriz del cilindro horizontal de la regla núm. 1. . . . 0,0159

Promedio de 48 medidas desde el trazo á la generatriz extrema del cilindro vertical de la regla núm. 2. 0,0127

Promedio de 48 medidas desde el trazo á la generatriz extrema del cilindro horizontal de la regla núm. 2. . . . 0,0159

Y sumando estos diferentes términos, tendremos:

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Longitud de la regla núm. 1. . . . . | $\left. \begin{array}{l} 2,9756 \\ 0,0124 \\ \hline 0,0159 \end{array} \right\}$ |
|                                      | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \hline \end{array} \right\} 2,9999$               |
| Longitud de la regla núm. 2. . . . . | $\left. \begin{array}{l} 2,9755 \\ 0,0127 \\ \hline 0,0159 \end{array} \right\}$ |
|                                      | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \hline \end{array} \right\} 2,9999$               |

Como se ve, las reglas cerradas sumaban casi exactamente 6<sup>m</sup>, y faltaba solo estudiar la diferencia de la temperatura.

Considerando nula la dilatación lineal de la madera, que por cierto llegaba próximamente hasta las rayas trazadas, no tendremos en cuenta sino la del metro-tipo, que era de latón con división de plata embutida, metales cuyos coeficientes de dilatación lineal son muy parecidos.

Tomaremos el de la plata, igual 0,00001909, que multiplicado por  $24^{\circ}$  da 0,000458. Resulta, pues, que el metro-tipo era 0,000458 más largo al verificar la comprobacion, y por consiguiente, que cada una de las reglas era 0,001574 mayor.

En cuanto á la influencia de la temperatura en la longitud de las lengüetas, no nos ha sido posible tenerla en cuenta, porque ignoramos las condiciones en que fueron divididas. Debemos, sin embargo, añadir, que aun cuando lo estuviesen á  $0^{\circ}$ , influiria muy poco en el resultado, el hacer caso omiso de esta circunstancia; y como fueron construidas en la maestranza de Ingenieros militares, probablemente en la época de campaña, es decir, en primavera, no habría corrección alguna que introducir por este concepto, ó seria del todo insignificante.

Estudiando ahora separadamente las lengüetas, tenemos que la de la regla núm. 1 es 12 diezmilímetros más larga; pero en cambio su división cero está adelantada 5 ó 4 diezmilímetros sobre el nonius, conforme explica la figura 14.; de modo que si estuviera bien dividida, leeríamos siempre las lengüetas 5 ó 4 diezmilímetros mayores de lo que debieran ser; pero por otra parte, la división va aumentando gradualmente en cada centímetro, y hemos visto que el verdadero punto de exacta coincidencia, debe encontrarse en el centímetro núm. 7. A partir ya de esta división, hay necesidad de aumentar medio diezmilímetro en cada centímetro, para hacer desaparecer el error de división.

Casualmente todas las lecturas, excepto en raras ocasiones, son mayores de 7 centímetros; así es que la corrección en su mayor parte es aditiva y tiende á aumentar la longitud de la base.

La lengüeta de la regla núm. 2 es 9 diezmilímetros más larga. Arranca exactamente del cero del nonius; pero ofrece la particularidad de estar bien dividida hasta el centímetro 7, y desde éste al 25, se reparte uniformemente la corrección entre los diez y ocho restantes; de manera que también le corresponde medio diezmilímetro por cada centímetro á partir del núm. 7.

Hechas por este concepto las correspondientes correcciones y su-

mándolas, dan para la base de Noreña 0,00011 por cada metro; y como la corrección de temperatura dà próximamente, y en el mismo sentido, 0,000458, resulta que en todos los lados hay que agregarles 0,000568: y llamando  $K$  al lado obtenido, y  $L$  al verdadero, será:  $L = K(1 + 0,000568)$ .

Verificando esta corrección en los lados Trigueiro Gamonal y Trigueiro Tazones, tendremos para el primero  $56.751,67 + 20,87 = 56.772,54$ , Trigueiro Tazones  $= 50.917,90 + 47,56 = 50.955,46$ .

Comparando estos valores corregidos con los proporcionados por la Comisión de Estadística, vemos que al paso que Trigueiro Tazones resulta algunos metros (3<sup>m</sup>,92) más largo, el Trigueiro Gamonal resulta más corto (2<sup>m</sup>,97). Esta aproximación, suponiendo buenos los datos que nos han suministrado, es muy inferior á la que pueden dar los instrumentos empleados.

No se ha hecho en los lados la rectificación últimamente deducida, porque además de esperar los valores definitivos de la Comisión de Estadística, aplicada á lados de 10 ó 12,000 metros, no alteran las dimensiones de las líneas con arreglo á la escala de 1 por 50,000, siendo casi inapreciable su diferencia.

En los lados de segundo orden que no suelen llegar á 5,000 metros, es completamente inapreciable.

Aquí terminaremos la descripción de las operaciones geodésicas ejecutadas por esta Comisión, según se lo tenía ordenado; pero antes de dejar la pluma, debe el Ingeniero á quien ha tocado la honra de dirigirlas en estos últimos años, hacer una declaración que considera como un deber de justicia, y es el consignar que el éxito lisonjero alcanzado en estos trabajos, se debe principalmente al Ingeniero Jefe D. Federico de Botella, que al plantearlos ha sabido darles al mismo tiempo el más acertado impulso, dictando al efecto instrucciones de que no ha sido necesario apartarse un momento; y al personal todo que he tenido á mis órdenes, cuya inteligencia y celo son dignos del mayor elogio.

Es deber mio también, consagrar un recuerdo á la memoria del que fué nuestro distinguido compañero D. Matías Menéndez de

Luarca, cuya prematura muerte ha sido una pérdida irreparable para las ciencias que cultivaba, y ha dejado un vacío en esta Comision, como Jefe que ha sido de ella durante un corto tiempo, que le será muy difícil llenar al que ha venido á reemplazarle, si no logra con el celo y buen deseo que le animan, suplir en parte las dotes que por otro concepto le faltan.

OVIEDO 1.<sup>o</sup> de Noviembre de 1870.

EDUARDO CIFUENTES.

## NOTA

ACERCA

### DE LA TRIANGULACION DE TERCER ÓRDEN y DETALLES TOPOGRÁFICOS.

Terminadas las triangulaciones de primero y segundo orden, se procedió, á la vez que á practicar la de tercero, á fijar en planos parciales y en escala de  $\frac{1}{10,000}$  los detalles topográficos del terreno.

Para observar los ángulos en la triangulación de tercer orden, se ha hecho uso del mismo teodolito de Brunner, que ya se ha descrito al hablar de la de segundo.

Tomando por base un lado de segundo orden y haciendo estación en uno de sus extremos, se dirigian visuales á los puntos notables de un horizonte con círculo vertical á la derecha, leyendo en los dos nonius y tomando el promedio de las dos lecturas para cada punto, repitiendo despues la misma operacion, y en el mismo orden, con círculo vertical á la izquierda, para comprobar los ángulos observados, por si hubiese sufrido algun movimiento el instrumento; leer en diferentes arcos por si el limbo no se hallaba bien dividido, y á fin de corregir el error de excentricidad.

Resultaban, por consiguiente, para cada objeto dos punterías y cuatro lecturas. Luego se tomaba un promedio final entre los dos ya encontrados para cada punto, que servia para obtener, combinado con el siguiente promedio, el ángulo correspondiente.

Al propio tiempo que se observaban los ángulos azimutales en una estacion, se leian en el círculo vertical las distancias zenitales, tomando iguales promedios que los indicados anteriormente.

Para aclarar lo expuesto, insertamos á continuacion los cuadros correspondientes al vértice de segundo orden llamado pico de Cutrifera en el valle de Turon, observados en la campaña de Julio de 1872.

## TERCER ÓRDEN.

## ESTACION DE CUTRIFERA.—CÍRCULO Á LA DERECHA.

Altura del instrumento 4<sup>m</sup>,30.

## ÁNGULOS AZIMUTALES.

| OBJETOS.               | 1. <sup>er</sup> Nonius. |    |    | 2. <sup>o</sup> Nonius |    |     | Promedios. |    |                                | OBSERVACIONES. |
|------------------------|--------------------------|----|----|------------------------|----|-----|------------|----|--------------------------------|----------------|
|                        | °                        | '  | "  | °                      | '  | "   | °          | '  | "                              |                |
| Cueto de la Faya...    | 83                       | 1  | 20 | 1                      | 10 | 83  | 1          | 15 |                                |                |
| Cutiello...            | 104                      | 46 | 0  | 45                     | 50 | 104 | 45         | 55 |                                |                |
| Forqueo...             | 128                      | 3  | 40 | 3                      | 30 | 128 | 3          | 35 |                                |                |
| Serron de Perullera... | 139                      | 42 | 0  | 41                     | 50 | 139 | 44         | 55 |                                |                |
| Iglesia de Turon...    | 137                      | 46 | 20 | 46                     | 20 | 137 | 46         | 20 | Al pie de la cruz de la torre. |                |
| Hurgosa...             | 153                      | 31 | 10 | 31                     | 0  | 153 | 31         | 5  |                                |                |
| Pico Polio...          | 167                      | 24 | 30 | 24                     | 20 | 167 | 24         | 25 |                                |                |
| Carbayuco...           | 198                      | 6  | 40 | 5                      | 50 | 198 | 6          | 0  |                                |                |
| Jurbeo...              | 235                      | 42 | 30 | 42                     | 20 | 235 | 42         | 25 |                                |                |

## ESTACION DE CUTRIFERA.—CÍRCULO Á LA IZQUIERDA.

Altura del instrumento 4<sup>m</sup>,30.

## ÁNGULOS AZIMUTALES.

| OBJETOS.               | 1. <sup>er</sup> Nonius. |    |    | 2. <sup>o</sup> Nonius |    |     | Promedios. |    |                                | OBSERVACIONES. |
|------------------------|--------------------------|----|----|------------------------|----|-----|------------|----|--------------------------------|----------------|
|                        | °                        | '  | "  | °                      | '  | "   | °          | '  | "                              |                |
| Cueto de la Faya...    | 84                       | 49 | 20 | 49                     | 20 | 84  | 49         | 20 |                                |                |
| Cutiello...            | 104                      | 35 | 0  | 34                     | 50 | 104 | 34         | 55 |                                |                |
| Forqueo...             | 127                      | 51 | 20 | 51                     | 40 | 127 | 51         | 30 |                                |                |
| Serron de Perullera... | 138                      | 59 | 30 | 59                     | 40 | 138 | 59         | 45 |                                |                |
| Iglesia de Turon...    | 137                      | 5  | 20 | 5                      | 40 | 137 | 5          | 45 | Al pie de la cruz de la torre. |                |
| Hurgosa...             | 153                      | 49 | 30 | 49                     | 20 | 153 | 49         | 25 |                                |                |
| Pico Polio...          | 167                      | 12 | 10 | 14                     | 50 | 167 | 12         | 00 |                                |                |
| Carbayuco...           | 197                      | 49 | 40 | 49                     | 40 | 197 | 49         | 40 |                                |                |
| Jurbeo...              | 235                      | 26 | 40 | 26                     | 40 | 235 | 26         | 40 |                                |                |

## ESTACION DE CUTRIFERA.—CÍRCULO Á LA DERECHA.

Altura del instrumento 4<sup>m</sup>,30.

## DISTANCIAS ZENITALES.

| OBJETOS.               | 1. <sup>er</sup> Nonius. |    |    | 2. <sup>o</sup> Nonius |    |     | Promedios. |    |                                | OBSERVACIONES. |
|------------------------|--------------------------|----|----|------------------------|----|-----|------------|----|--------------------------------|----------------|
|                        | °                        | '  | "  | °                      | '  | "   | °          | '  | "                              |                |
| Cueto de la Faya...    | 284                      | 58 | 30 | 58                     | 20 | 284 | 58         | 25 |                                |                |
| Cutiello...            | 288                      | 8  | 30 | 8                      | 20 | 288 | 8          | 25 |                                |                |
| Forqueo...             | 293                      | 48 | 40 | 48                     | 40 | 293 | 48         | 40 |                                |                |
| Serron de Perullera... | 282                      | 23 | 30 | 23                     | 20 | 282 | 23         | 25 |                                |                |
| Iglesia de Turon...    | 293                      | 27 | 40 | 27                     | 30 | 293 | 27         | 35 | Al pie de la cruz de la torre. |                |
| Hurgosa...             | 296                      | 48 | 20 | 18                     | 20 | 296 | 18         | 20 |                                |                |
| Pico Polio...          | 280                      | 38 | 20 | 38                     | 10 | 280 | 38         | 15 |                                |                |
| Carbayuco...           | 290                      | 57 | 40 | 57                     | 10 | 290 | 57         | 10 |                                |                |
| Jurbeo...              | 284                      | 41 | 10 | 41                     | 10 | 284 | 41         | 10 |                                |                |

## ESTACION DE CUTRIFERA.—CÍRCULO Á LA IZQUIERDA.

Altura del instrumento 4<sup>m</sup>,30.

## DISTANCIAS ZENITALES.

| OBJETOS.               | 1. <sup>er</sup> Nonius. |    |    | 2. <sup>o</sup> Nonius |    |     | Promedios. |    |                                | OBSERVACIONES. |
|------------------------|--------------------------|----|----|------------------------|----|-----|------------|----|--------------------------------|----------------|
|                        | °                        | '  | "  | °                      | '  | "   | °          | '  | "                              |                |
| Cueto de la Faya...    | 95                       | 41 | 40 | 44                     | 50 | 95  | 41         | 43 |                                |                |
| Cutiello...            | 92                       | 40 | 40 | 44                     | 0  | 92  | 40         | 30 |                                |                |
| Forqueo...             | 87                       | 0  | 10 | 0                      | 30 | 87  | 0          | 20 |                                |                |
| Serron de Perullera... | 98                       | 27 | 10 | 27                     | 30 | 98  | 27         | 20 |                                |                |
| Iglesia de Turon...    | 83                       | 21 | 0  | 24                     | 40 | 83  | 21         | 3  | Al pie de la cruz de la torre. |                |
| Hurgosa...             | 84                       | 29 | 20 | 29                     | 30 | 84  | 29         | 25 |                                |                |
| Pico Polio...          | 100                      | 12 | 10 | 12                     | 20 | 100 | 12         | 13 |                                |                |
| Carbayuco...           | 89                       | 32 | 30 | 32                     | 20 | 89  | 32         | 25 |                                |                |
| Jurbeo...              | 96                       | 38 | 0  | 38                     | 10 | 96  | 38         | 5  |                                |                |

Análogas observaciones se hacian despues en el otro extremo del lado de segundo orden; resultando para el conocimiento de los triángulos de tercero un lado y los ángulos adyacentes, hallándose el tercer ángulo por la diferencia á 180°, aunque como comprobacion se procuraba siempre obtenerlo despues directamente. Luego se determinaba el valor de los otros dos lados por la fórmula trigonométrica, sen.  $A$  : sen.  $B$  : sen.  $C$  ::  $a$  :  $b$  :  $c$ , de fácil aplicacion para el cálculo logarítmico.

Halladas las distancias zenitales se hacian cálculos análogos á los ya citados en la triangulacion de segundo orden para encontrar las diferencias de nivel, empleando la fórmula  $dN = K \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\Delta' - \Delta)$ , cuando aquellas eran reciprocas, y la  $dN = K \operatorname{cot} \Delta + 0,042 \frac{K^2}{R}$  en el caso de tener una sola distancia zenithal.

A partir de un lado de tercer orden, se seguia enlazando la red de la triangulacion del mismo modo que acabamos de indicar, debiendo observarse que no se ha seguido un plan determinado en la de que tratamos respecto á las dimensiones de los lados y al valor de los ángulos, pues solo se ha procurado fijar para vértices los puntos más notables del terreno, viéndonos muchas veces obligados á encerrar en estrechos límites la longitud de los lados, á consecuencia de la suma escabrosidad de los barrancos y laderas en esta parte de Asturias, que no permitia descubrir las más de las veces sino un horizonte muy reducido.

Practicada la triangulacion de tercer orden se procedia á fijar los detalles topográficos comprendidos entre los vértices, á cuyo efecto, tratándose ya de cortas distancias, sólo se empleaba para medirlas una cinta metálica, y para hallar los ángulos una brújula ordinaria dividida en grados y medios grados, con alidada y anteojo, llevando ademas semicírculo vertical y plomada para tomar los ángulos de pendiente y conocer, por consiguiente, las cuotas de los puntos visados, hallada la distancia horizontal desde el punto de estacion. Así se enlazaban aquellas con las diferencias de nivel calculadas en los vértices de primero, segundo y tercer orden, quedando finalmente referidas al nivel del mar, por estarlo los vértices.

Se seguian, para marcar en los planos los detalles topográficos, próximamente curvas de nivel por las laderas de las montañas, que constituyen la mayor parte del territorio en que se ha operado, señalando sus intersecciones con los barrancos y con los caminos. Cuando estos tenian importancia, se seguian en toda su longitud. Por ultimo, se marcaba la dirección de los ríos y arroyos, y se fijaban con especialidad todas las bocas-minas, aldeas y caseríos, teniendo siempre cuidado de llegar con las medidas á cada vértice, para ver despues en los planos, al hacer el trazado, el error cometido en los detalles, y que se hallase siempre comprendido entre cada dos vértices sin trascender á los demás.

Así se han detallado los valles denominados Samuño, Viso, Meriñan, Candín y parte del de Sama, San Juan, Miñera, Olloniego, Mieres, Soto-Rey, Loredo, Ablaña, Valdecuna, Ujo, Villallana, San Martino y Turon, y las comarcas tituladas Vallines, Mata de la Vega, Jalón de Nava, Pola de Siero, Grandota, San Justo, La Parte y Berrou, faltando actualmente para terminar la triangulacion de tercer orden y la topografia de todo el territorio conocido con el nombre de Manchón rico, segun se deseaba, por su gran importancia minera, á próximamente de su superficie.

MADRID 28 de Junio de 1874.

EMILIO MORENO.



## ÍNDICE.

|   | Páginas. |
|---|----------|
| INTRODUCCION. . . . .   | 9        |
| I..... Consideraciones preliminares. . . . .  | 15       |
| II..... Medicion de una base. . . . .   | 16       |
| III.... Medicion de una base (continuacion). . . . .  | 21       |
| IV.... Triangulacion de primer orden. . . . .   | 31       |
| V..... Cálculo de los triángulos. . . . .   | 57       |
| VI.... Diferencias de nivel. . . . .  | 67       |
| VII.. Triangulacion de segundo orden. . . . .   | 74       |
| VIII. Cálculo de los triángulos de segundo orden. . . . .   | 89       |
| IX.... Diferencias de nivel. . . . .  | 97       |
| X..... Comprobacion de las operaciones. . . . .   | 104      |
| XI.... Azimut de un lado. . . . .   | 109      |
| XII.. Cálculo de coordenadas y proyecciones de los puntos. . .  | 125      |
| XIII. Enlace de nuestra red geodésica con la del Mapa de Es-<br>paña y comparacion de los resultados obtenidos. . . . . | 129      |
| NOTA acerca de la triangulacion de tercer orden y detalles topo-<br>gráficos. . . . .                                   | 139      |

## ERRATAS.

| Páginas. | Lineas. | Dice.          | Debe decir.    |
|----------|---------|----------------|----------------|
| 25       | 32      | 10 milímetros  | diezmilímetros |
| 25       | 34      | 100 milímetros | cienmilímetros |

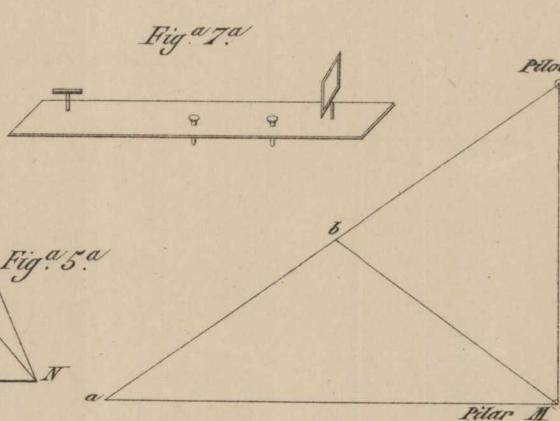
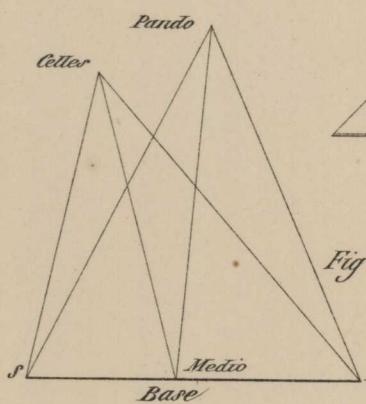
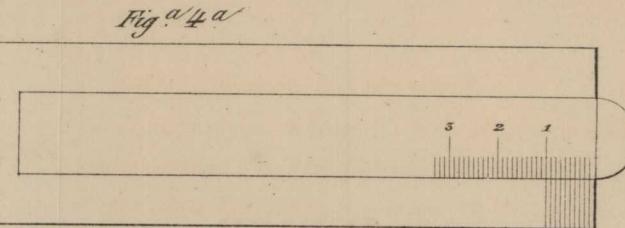
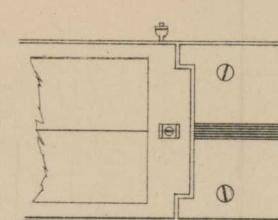
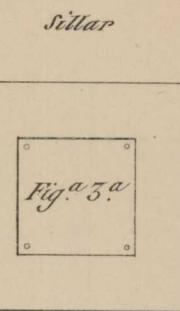
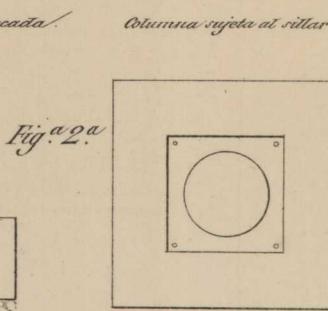
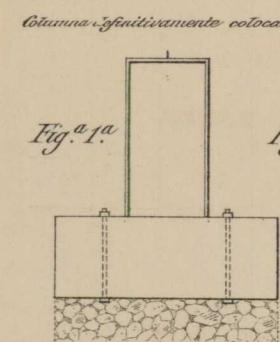


Fig. a 8 a

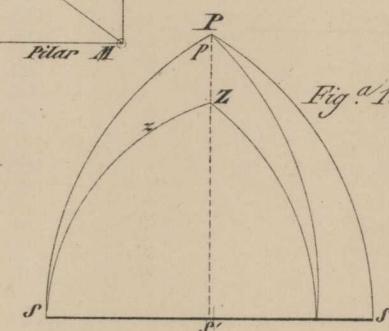
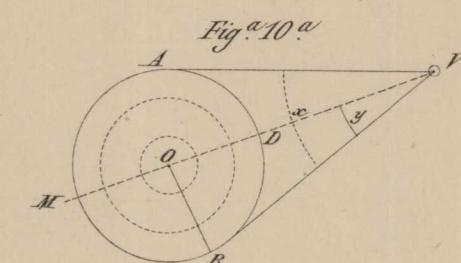
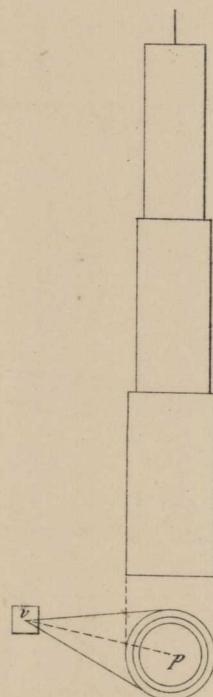
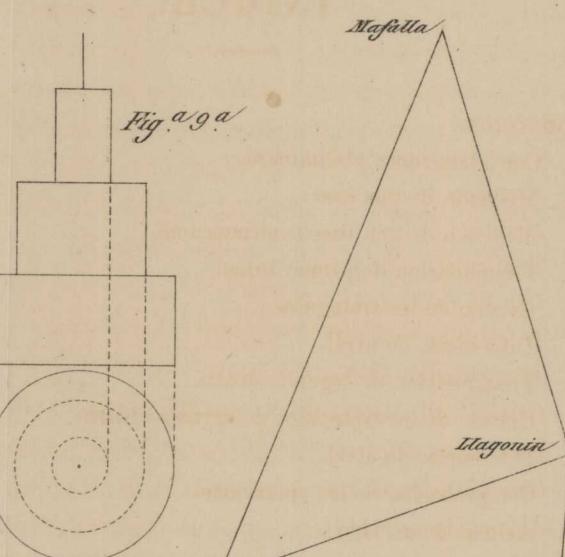
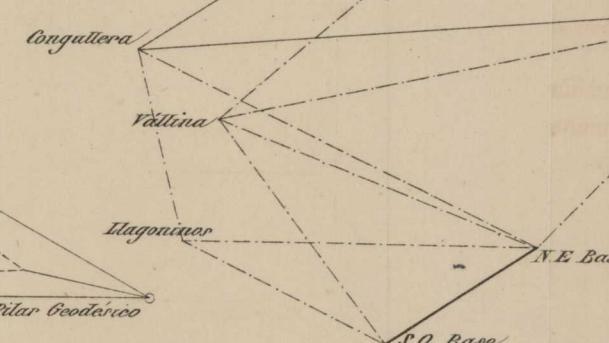
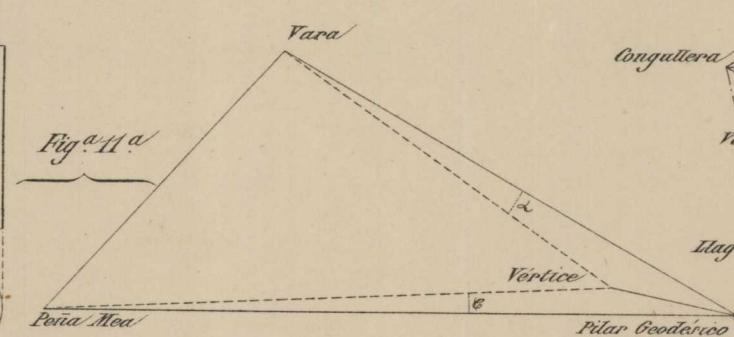
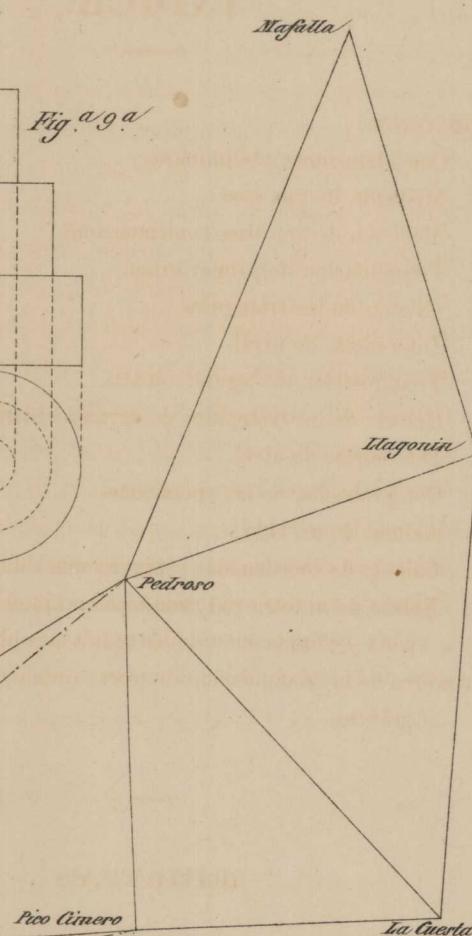


Fig. a 12 a

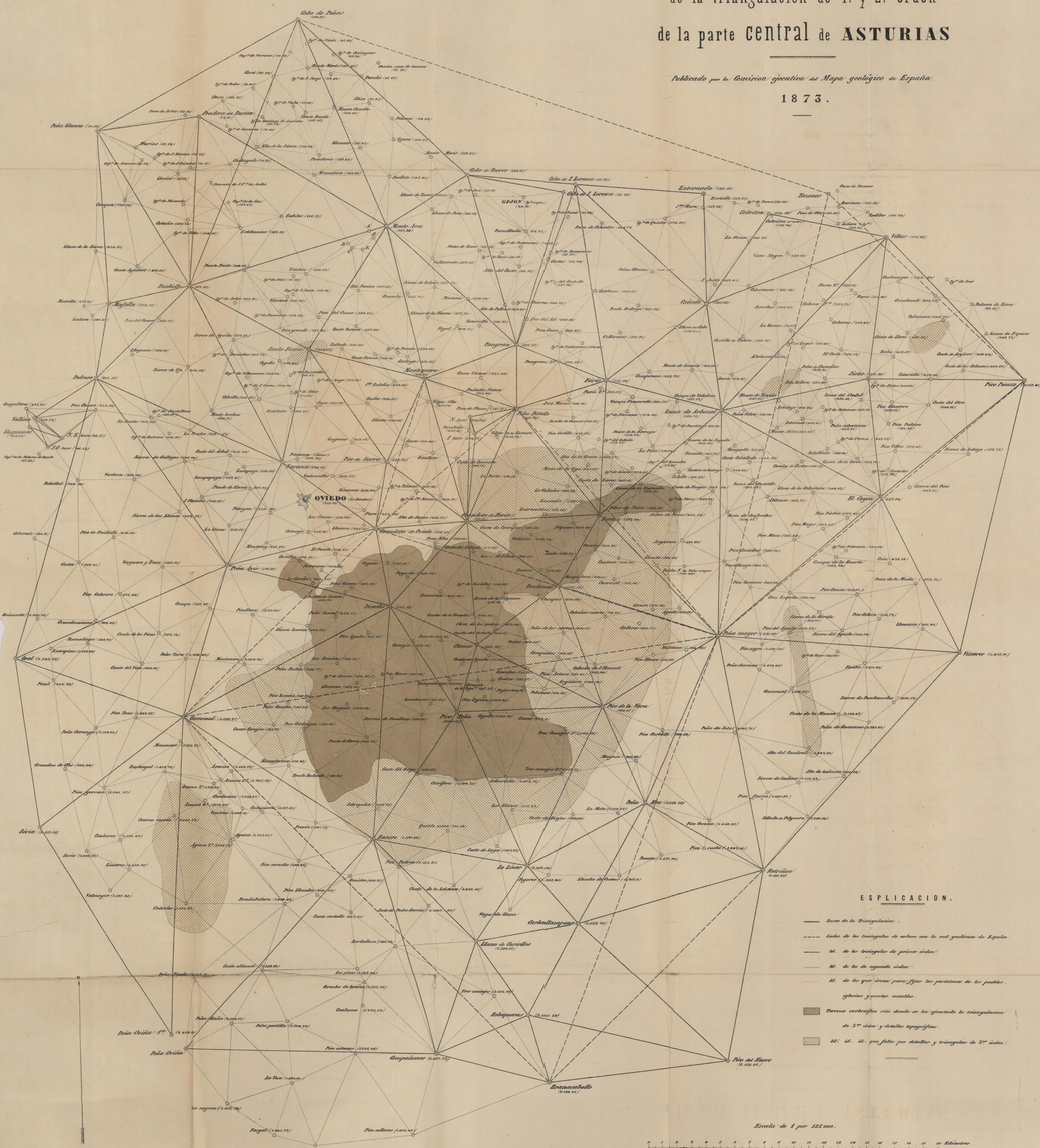


## PLANO

de la triangulación de 1º y 2º orden  
de la parte central de ASTURIAS

Publicado por la Comisión ejecutiva del Mapa geológico de España.

1873.



PLANO  
de la triangulacion y detalles topográficos,  
de una parte de la región carbonífera rica del centro de ASTURIAS.

publicado en 1873 por la Comisión ejecutiva del Mapa geológico de España.

en 1873 por la Comisión ejecutiva del Mapa geológico de España.

